



**המרכז לביטוח לאומי**

**חאגף למחקר ותכנון**

**עדכון קצבאות בתקופת אינפלציה**

**מאת**

**יהודה גבע יצחק מואב**

**ירושלים, יוני 1980, תמוז תש"ט**

**מחקר מס' 25**

### מחקרים

(בעברית או באנגלית לפי המצויין)

1	מס' 1	—	"סקלח אקוילנטית למבוגר סטנדרטי, ממצאים ישראליים" (באנגלית), מאת: יעקב חביב ויוסי טויל, 1974 (אזל).
2	מס' 2	—	"השפעת ההוצאה הציבורית לשרותים סוציאליים על החלוקה מחדש של ההכנסות" (בעברית), מאת: מוריה אבנימלך, 1974.
3	מס' 3	—	"השפעת קצבאות ילדים על הילודה" (באנגלית), מאת: מרג'ורי הוניג, 1974 (אזל).
4	מס' 4	—	"העוני בישראל לפני ואחרי התמיכות הנמשלתיות" (באנגלית), מאת: יעקב חביב, 1974 (אזל).
5	מס' 5	—	"דפוסי תזונה ועילות בעריכת מזון בישראל" (בעברית), מאת יוסי זמיר, 1974.
6	מס' 6	—	"שינויים במערכת דמי הביטוח הלאומי" (בעברית), מאת: יוסי טויל, 1974.
7	מס' 7	—	"חלוקת ההכנסות מחדש באמצעות הביטוח הלאומי על פי קבוצות דמוגרפיות וקבוצות הכנסה" (באנגלית), מאת: יעקב חביב, 1975.
8	מס' 8	—	"מערכת התמיכות בישראל ערב פיחות נובמבר 1974 ואחריו" (בעברית), מאת מרג'ורי הוניג, יפח קוזלוב, אפרת ברונפלד ומוטי לקסר, 1975 (אזל).
9	מס' 9	—	"השפעת העזרה הציבורית והמשפחתית לדיור על חלוקת ההכנסות בקרב זוגות צעירים ב-1971" (בעברית), מאת: מאיר גרינפלד, 1975.
10	מס' 10	—	"העוני בישראל לאור התפתחות המערכת להבטחת הכנסה" (בעברית), מאת יעקב חביב, 1976.
11	מס' 11	—	"השפעת קצבאות הביטוח הלאומי על היצע העבודה" (באנגלית), מאת גיורא חנוך ומרג'ורי הוניג, 1976.
12	מס' 12	—	"בעיות בשימוש בממדי אי-שוויון לדירוג התפלגויות הכנסה" (בעברית), מאת יחזקאל גבע, 1976 (אזל).
13	מס' 13	—	"הרפורמה במס ותשלומי העברה בישראל, יולי 1975" (באנגלית), מאת רפאל רוטר - נידח שמאי, 1976.
14	מס' 14	—	"העלמת מס הכנסה היצע עבודה" (באנגלית), מאת גדעון יניב, 1977.
15	מס' 15	—	"על היצע העבודה בתנאי אי-ודאות" (באנגלית), מאת גדעון יניב, 1977 (אזל).
16	מס' 16	—	"אמידה סימולטנית של מערכת פונקציות ביקוש בישראל: ניתוח אמפירי, 1968-1975" (בעברית), מאת לאה אחרות, 1977.
17	מס' 17	—	"עקומת היצע עבודה במערכת תכניות להבטחת הכנסה" (באנגלית), מאת גיורא חנוך ומרג'ורי הוניג, 1977 (אזל).
18	מס' 18	—	"שינויים בדפוסי העוני באוכלוסית השכירים בישראל" (בעברית), מאת יוסי תמיר, 1977 (אזל).
19	מס' 19	—	"על מס הכנסה ליניארי אופטימלי וביטוח אבטלה" (באנגלית), מאת גדעון יניב ויוסי תמיר, 1977.
20	מס' 20	—	"שכר מינימום: — סקירה ספרותית והחשלות האפשריות בישראל" (בעברית), מאת: מנחם כרמי, 1978.
21	מס' 21	—	"סובסידיה למוצרי מזון כאמצעי להבטחת הכנסה" (בעברית), מאת יצחק מואב, 1979.
22	מס' 22	—	"השינויים בדפוסי העוני בישראל בין השנים 1968-1975 לאור התפתחות המערכת להבטחת הכנסה" (בעברית), מאת לאה אחרות, יחזקאל גבע ויוסי תמיר, 1979.
23	מס' 23	—	"יחסי הגומלין בין הביטוח הסוציאלי לבין המיסוי הישיר: סוגיות עיקריות" (באנגלית), מאת לאה אחרות ויוסי תמיר, 1979.
24	מס' 24	—	"קביעת שיעור דמי הביטוח בענף אבטלה בהנחות שונות של שכר ותעסוקה" (בעברית), מאת יחזקאל גבע ויצחק מואב, 1980.



**חמסד לביטוח לאומי**

**חאגף למחקר ותכנון**

**עדכון קצבאות בתקופת אינפלציה**

**מאת**

**יהודה גבע יצחק מואב**

**ירושלים, יוני 1980, תמוז תש"מ**

**מחקר מס' 25**

מאמר זה נכתב במחלקה למחקר בסיסי כאגף למחקר ותכנון,  
המוסד לביטוח לאומי.

אנו תקווה כי עבודה זו תתרום לליבון והבנת הבעיות השונות  
הקשורות בשחיקת קצבאות המוסד לביטוח לאומי, נושא המקבל משנה  
תוקף בימים אלה.

ברצוננו להודות ללסרו טייץ על עזרתו הרבה בעיבוד הנתונים  
ובעריכת החומר.

תודה מיוחדת לדוד אלכסנדר גאליה אשר היה שותף פעיל בגיבוש  
הרעיון של שיטות העבודה בפרק ה' ועזר לנו רבות בעיבוד הנתונים.

ברצוננו להודות באופן מיוחד ליוסי תמיר, אשר היה שותף בגיבוש  
הרעיון הכללי של העבודה והערותיו המועילות לור עבודת מחקר זו.  
כמו כן תודה לרפאל רוטר, מנהל המוסד לביטוח לאומי ולנירה שמאי,  
מנהלת האגף למחקר ותכנון, על הערותיהם בשלבי העבודה השונים.

1	מבוא
5	פרק א': השפעת האינפלציה על הקצבה הריאלית
11	פרק ב': התפתחות הערך הריאלי והגרעון של קצבאות המוסד לביטוח לאומי
11	1. קצבת ילדים לילד ראשון ושני
16	2. קצבת ילדים למשפחה עם 4 ילדים (כולל קי"צ)
19	3. קצבת זקנה לבודד בלי הט"ס
22	4. קצבת זקנה לבודד עם הט"ס
25	5. הצגה דיאגרמטית
29	פרק ג': כללי עדכון ושיעור הערך הריאלי של קצבאות - ניסוח פורמלי
	פרק ד': התחלופה בין הערך הריאלי ושיעור העדכון של קצבאות בשיעורי
41	אינפלציה שונים
42	1. עדכון קצבאות במועדים קבועים מראש
48	2. עדכון קצבאות במועדים משתנים
53	פרק ה': שיטות לעדכון קצבאות - סימולציה
53	1. כללי
55	2. המודל
58	3. תיאור שיטות העדכון
61	4. הערך הריאלי של ממוצע הקצבאות
71	נספחים
73	א. נספח מתמטי
81	ב. הערך ושיעור העדכון של הקצבאות בשיעורי אינפלציה שונים
85	ג. אמידת פונקצית שכר ממוצע למשרת שכיר

הדיון בעדכון קצבאות בתקופת אינפלציה מתרכז בעיקרו בבדיקת ערכן של הקצבאות

לאורך זמן ובשיטות עדכון אשר מונעות ירידה דרסטית בערכן של הקצבאות במונחים ריאליים. אולם דיון מסוג זה לא לוקח בחשבון את ההפסד המצטבר בערכן של הקצבאות בתקופה שבין שני זמני עדכון; והפסד זה הינו גדול יותר ככל שיעור האינפלציה גבוה יותר.

מטרת העבודה היא לדון בערכן הריאלי של הקצבאות לאורך זמן מתוך זיקה למושג

ההפסד המצטבר בהכנסות הגמלאים. העניין המרכזי איננו בהצגת השחיקה בקצבאות שמשלם המוסד לביטוח לאומי, אלא בהצגה שיטתית של קשרי הגומלין בין שיעור האינפלציה, הסדרי עדכון שונים והערך הריאלי הממוצע של הקצבאות לאורך זמן.

לערך הריאלי הממוצע של קצבאות המוסד לביטוח לאומי חשיבות רבה מבחינתם של

מקבלי הקצבאות. אספקט זה נדון רבות בעבר ואף שונו כמה מהסדרי העדכון של הקצבאות בכדי להקטין פגיעתה של האינפלציה. אולם, לאינפלציה השפעה גם על אספקטים טכנוניים של ענפי הביטוח השונים. מצד ההכנסות, תקרת דמי הביטוח מעדכנת אחת לששה חודשים. לפיכך השפעת האינפלציה על הפרופורציה של דמי הביטוח מהשכר תלויה בעליית שיעור ההכנסה הנומינלית שמעל התקרה בתקופה שבין שני מועדי עדכונה. כאשר התקרה גבוהה יחסית תהיה להסדר עדכון כזה השפעה קטנה על השיעור הממוצע של השכר שמעל התקרה לאורך זמן. מצד שני - הערך הריאלי הממוצע של הגמלאות נמוך מזה הקבוע בחוק בכל רמת אינפלציה. לפיכך, היחס בין ההכנסות וההוצאות של ענפי ביטוח שונים, כמו גם התוחלת של תשלומים וגמלאות לפרטים שונים על פני מחזור החיים, עלולים להיות מושפעים מקצב האינפלציה והסדרי ההצמדה. להעלאה האחרונה של התקרה לכדי שלוש פעמים השכר הממוצע השפעה בכיוון הגדלה יחסית של הכנסות המוסד, אולם התוצאה הסופית מבחינת מאזן הביטוח הלאומי תלויה כמובן גם בשינויים האחרים שחלו לאחרונה

בהסדרי העדכון וזושלום דמי הביטוח.

לאינפלציה קיימות אפוא השפעות מיקרו-כלכליות המקזזות חלקית את ההשפעה של פעילויות המוסד לביטוח לאומי על עונוי וחלוקת הכנסות. השפעה זו היא רגרסיבית, שכן בעלי הכנסה נמוכה לא נהנים מירידה בתשלום דמי ביטוח עקב היעדר עדכון שוטף של התקרה, אולם הכנסתם מגמלאות נפגעת מידיה בהיעדר עדכון שוטף של הגמלאות. בנוסף לכך תכנון ענפי הביטוח לטווח ארוך צריך לקחת בחשבון את השפעתה של האינפלציה על התשלומים והתקבולים הריאליים.

ניתן אפוא לראות עבודה זו במסגרת רחבה יותר של בחינת השפעות האינפלציה על קבוצות אוכלוסיה שונות מתוך הבהרת הקשרים שבין הסדרי הצמדה ועדכון והגשמתם של היעדים שאותם מתכוון לקיים המוסד לביטוח לאומי.

פרק א' מציג את הבעיה הכללית של שחיקת קצבאות בתקופת אינפלציה והמשמעות שיש לכך לגבי תכנון מדיניות רווחה, ואמדני יעילותה של מדיניות נתונה.

פרק ב' מציג את ההתפתחות בערכן הריאלי של הקצבאות, החפסד המצטבר לגמלאים והשיעור הריאלי הממוצע של קצבאות שונות שמשלם המוסד לביטוח לאומי, מאז הרפורמה במס הכנסה ביולי 1975.

פרק ג' מביא ניסוח פורמלי של קשרי הגומלין בין פרמטרים המוגדרים ע"י הסדרי העדכון, שיעור האינפלציה ושיעור הקצבה הריאלית הממוצע.

בפרק ד' והנספחים הקשורים בו מובאות תוצאות חישובים המבוססים על נוסחאות פרק ג', היכולות לשמש את קובעי המדיניות בתכנון מערכת הסדרי הצמדה שתמנע פגיעה חריפה בגמלאים בתקופות של אינפלציה מהירה ועלייה מקבילה בשכר הנומינלי.

חקורא שאינו מעוניין בפיתוח הפורמלי של הנוסחאות המשמשות כבסיס החשיבים

בפרק ד' יכול לדלג על פרק ג' ללא שתפגע במידה רבה מדי יכולת חבנת את המשמעות

של התוצאות המספריות. ההסברים ללוחות השונים יסייעו לו בחבנת הקשר המעשי בין

הערך הריאלי של הקצבאות לאורך זמן וצורות עדכון שונות.

פרק ה' מציג תוצאות סימולציה של שתי שיטות עדכון שהוצעו ע"י "הוועדה לבחינת

שיטות עדכון רמת גמלאות של המוסד לביטוח לאומי". הסימולציה מתחשבת בפיגורים

באינפורמציה על השכר הממוצע ומדד המחירים לצרכן, ובוחנת את השפעתם של הסדרי עדכון שונים על שיעור הקצבה הריאלית הממוצעת. ועדה זו הוקמה במטרה לבדוק את הסדרי העדכון של מערכת הקצבות. הסדרים אלה נקבעו בתקופה של אינפלציה נמוכה יחסית. עם ההאצה בקצב האינפלציה בשנים האחרונות חלה שחיקה בגמלאות יחסית לשכר הממוצע, והתעורר הצורך לקבוע כללי עדכון שיתאימו לתקופה הנוכחית. המלצות הוועדה קבלו תוקף חוקי לקראת אפריל 1980. יחד עם זאת, מן הראוי לציין כי הוועדה לא דנה בשיטות העדכון של קצבות הילדים המהוות מרכיב מרכזי במערכת הבטחת ההכנסה.

הקשיים והבעיות הכרוכים בשמירת הרמה הריאלית של הקצבות אינם תוצאה בלעדית של עליית מחירים בשיעורים של כ-100% לשנה, אם כי אינפלציה בשיעורים כאלה מביאה להחרפה ניכרת במצבם של הגמלאים. גם לשיעורי אינפלציה נמוכים יותר לאורך תקופות זמן ארוכות השפעה חזקה, אם כי בולטת פחות, שכן פירושה הצטברות שחיקה נמוכה יחסית לאורך זמן ממושך.

לפיכך נראה כי במשך תקופה ארוכה יחסית תמשיך האינפלציה להוות מקור של קשיים ובעיות בתכנון מדיניות הרווחה, וכי נדרש שינוי מחיר במדיניות זו באופן שיביא להגשמה מלאה יותר של יעדי המדיניות המקוריים הלכה למעשה.



## פרק א': חשפעת האינפלציה על הקצבה הריאלית

הבעיה של עדכון קצבאות בתקופת אינפלציה תופסת מקום מרכזי בדיונים על מדיניות הרווחה, עקב השחיקה המתמדת בקצבאות מחד, והרצון לשמור על ערכן הריאלי לאורך זמן מאידך.

חדיון בקצבאות השונות ובשינויים בהן לאורך זמן מתרכז בדרך כלל בשלוש

שאלות:

1. מהו מרחק הזמן שבין שתי נקודות עדכון עוקבות בהקשר זה ניתן להבחין בין שיטת עדכון קשוחה לפיה נקבעים מראש זמני העדכון ללא קשר לקצב השינוי במדד המחירים (או השכר הממוצע), ובין שיטת עדכון גמישה לפיה זמן העדכון עצמו הוא פונקציה של העלייה המצטברת במדד מזמן העדכון האחרון.
2. מהו המדד לפיו יש לחשב את גובה הקצבה בעת עדכונה. בהקשר זה קיימת ההבחנה בין השאיפה לשמור על ערכה הריאלי של הקצבה במונחי כוח קנייה לבין זו המתכוונת לשמור על ערכה של הקצבה יחסית לרמת החיים הממוצעת במשק.
3. באיזו מידה אכן מעדכנים את הקצבאות לרמתן המקורית, או לרמה שנקבעה עבורן בחוק בכל זמן עדכון. בעיה זו נובעת מהפיגור באינפורמציה על השכר הממוצע ומדד המחירים לצרכן, ומפיגור נוסף הנובע מפער הזמן שבין ההחלטה על שינוי הקצבאות שמשלם חמוסד לביטוח לאומי לבין שינויין בפועל. ההסדרים השונים הקובעים את המועדים ושיעורי העדכון של הקצבאות משפיעים באופן ישיר על ערכן הריאלי של הקצבאות לאורך זמן. הקצבה הנומינלית הינה הקצבה ב-ל"י במחירים שוטפים ואילו הקצבה הריאלית היא זו המנוכית בעליית השכר הממוצע במשק או במדד המחירים לצרכן. במלים אחרות,

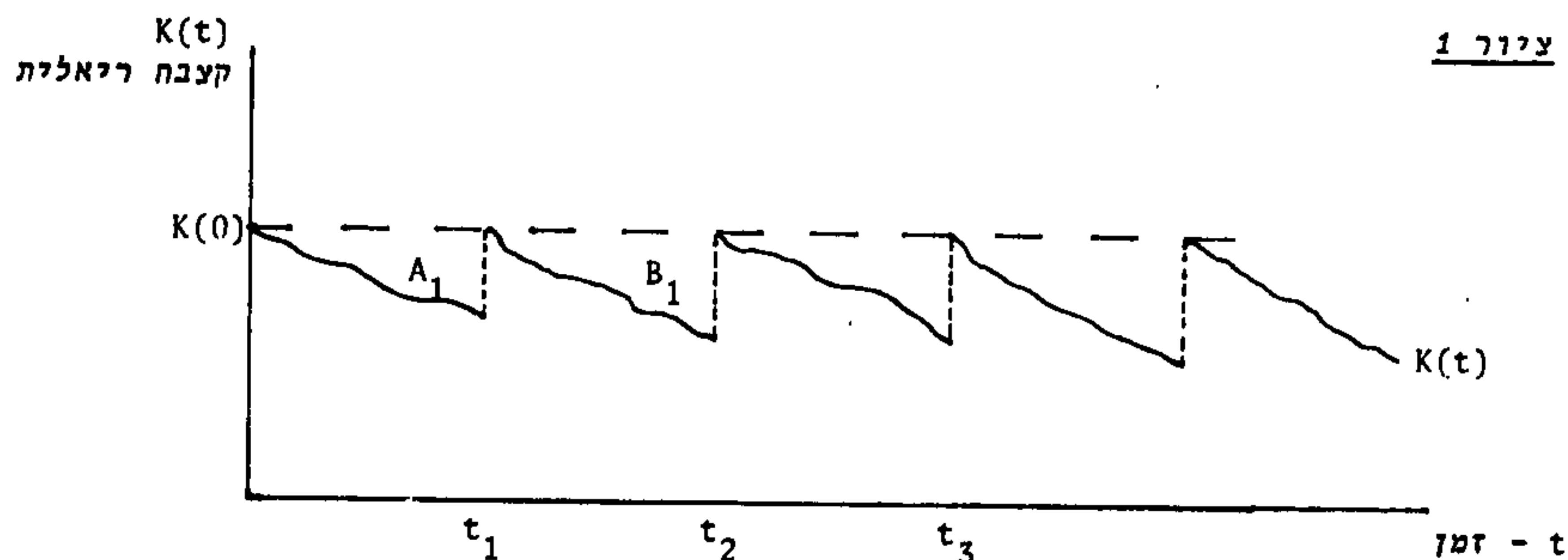
הקצבה הריאלית מבטאת את שווי הקצבה מבחינת כוח-קנייה או את השתנותה בהתאם לרמת החיים הכללית במשק.

עד כה נהוג היה לדון ולבדוק את נושא שחיקת הקצבאות ע"י בחינת החתפתחות בערך הריאלי של הקצבאות לאורך זמן, אולם דיון מסוג זה לוקה בכך שאין הוא לנקח בחשבון את ההשפעה המצטברת של ההפסד הנגרם למקבל הקצבה עקב היעדר מנגנון לעדכון שוטף של הקצבאות.

קצבה ריאלית נמוכה מזו שנקבעה בחוק אינה מאפשרת למקבל הקצבה לקיים את אותה רמת חיים אשר התכוונה להבטיח לו הקצבה הבסיסית, ואילו קיומו של מצב זה לאורך תקופות זמן ממושכות מביא לפגיעה דרסטית במקבלי הקצבאות.

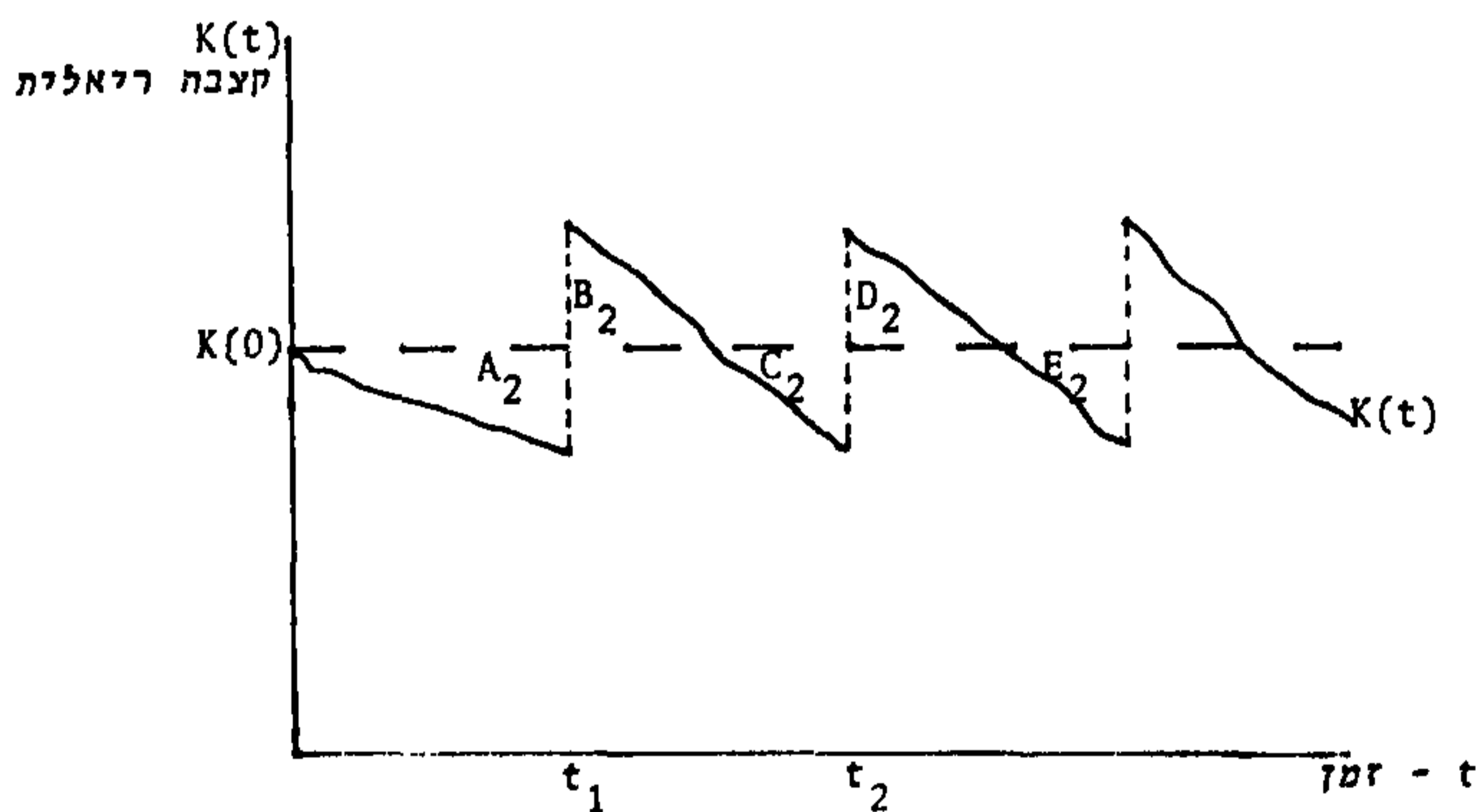
עדכון הקצבה במועדים שנקבעו בראש תלוי בשיעור העלייה במדד המחירים או בשכר הממוצע מאז שנקבע לאחרונה ערכה הנומינלי של הקצבה. אלא שבקביעת שיעור העדכון מתעלמים מההפסד המצטבר בין תקופות העדכון ומהשפעה שיש להפסד זה על רמת חייהם של מקבלי הקצבאות.

בציר 1 ניתן תיאור סכמטי של ערכה הריאלי של הקצבה  $K(t)$  לאורך זמן, כאשר מניחים כי קיימת אינפלציה המביאה לירידה בערכה הריאלי של הקצבה בין זמני העדכון השונים  $(t_i)$ .  $K(0)$  מייצג את הקצבה הריאלית הבסיסית אותה קבעו בזמן  $t_0$ , ועליה רוצים לשמור לאורך זמן. בין שתי תקופות עדכון הקצבה הנומינלית נשארה קבועה, ואילו הקצבה הריאלית יורדת בהתאמה עם העלייה ברמת המחירים.



אם נניח כי בזמן העדכון ניתן פיצוי מלא על העלייה המצטברת במדד מאז תקופת הבסיס, הרי בזמן זה תחזור הקצבה לערכה הריאלי ההתחלתי, אולם לאורך זמן מצטבר הפסד עליו לא ניתן פיצוי, והוא שווה לשטח שביץ הישר המתאר קצבה ריאלית קבועה והעקום המתאר את הקצבה הריאלית שניתנה בפועל. במונחי ציור 1,  $A_1$  מייצג את החפסד עד לזמן עדכון  $t_1$ ,  $A_1 + B_1$  מייצגים את החפסד המצטבר עד לזמן  $t_2$  וכך הלאה. לפיכך, בתקופה שביץ נקודות העדכון עצמן עלולות חכנסתם של מקבלי הקצבאות לרדת באופן דרסטי, כך שאינן ביכולתם לשמור על רמת החיים שאותה התכוונו הקצבה לאפשר להם.

הפסד כזה ניתן לקזז ע"י פיצוי עודף בתקופות העדכון, כפי שמתואר בציור 2.



מצור 2 ניתן לראות כי אם יינתן בתקופות העדכון פיצוי הגדול מעלייה במדד מאז זמן העדכון הקודם, אזי נוצרות תקופות בהן הקצבה הריאלית גבוהה מהקצבה הבסיסית, כלומר תקופות זמן בהן קיימים עודפים המפצים עבור החפסדים בתקופות זמן אחרות. הפיצוי הנוסף יכול להיקבע לפי קצב האינפלציה בעבר והציפיות לאינפלציה בעתיד, כך שבממוצע יהיה השטח  $B_2$  שווה לחפסד המתואר ע"י השטח  $A_2$ . בדיעבד עלול

קצב האינפלציה למעשה להיות שונה מזה המצופה בזמן  $t_1$ . לפיכך העדכון בזמן  $t_2$  צריך לקחת בחשבון את סך העודף וההפסד המצטברים למעשה, והפיצוי הנוסף ייקבע בהתאם להפסד נטו למעשה, והציפיות לגבי קצב האינפלציה בעתיד. במונחי ציור 2, יחיה הפיצוי בזמן  $t_2$  כזה שיקיים  $A_2 + C_2 = B_2 + D_2$  וכך הלאה.

מן הראוי לציין כי בניגוד למערכת השכר, אין במערכת חביטוח הלאומי

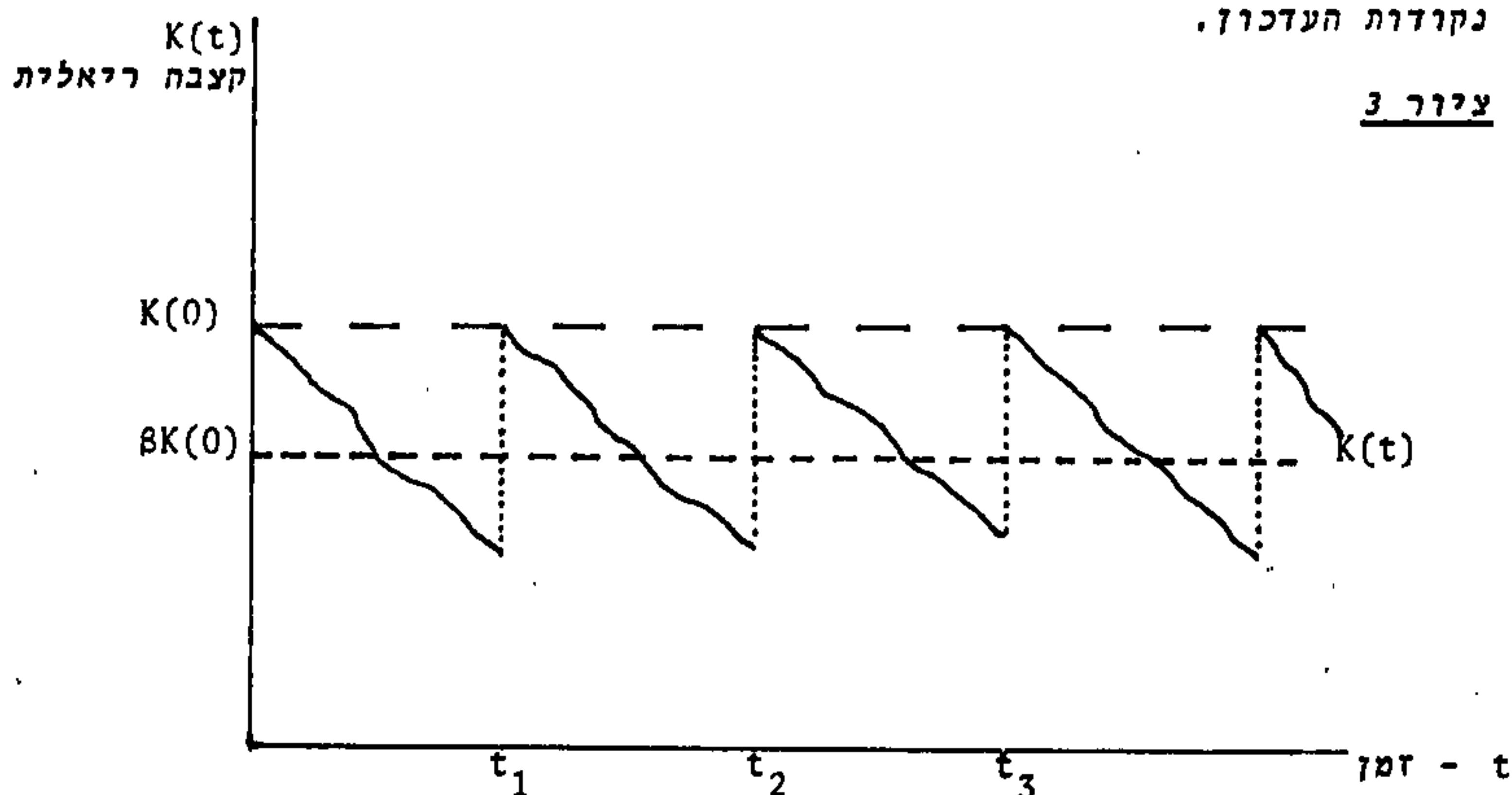
מנגנון או הסדרים שיוכלו לתת פיצוי מלא למקבלי הקצבאות השונות. הסכמי השכר החדשים לוקחים בחשבון את הסדרי הפיצוי האוטומטיים כמו הסדרי תוספת היוקר, עדכון מדרגות המס ונקודות הזיכוי, אולם במו"מ על ההסכמים החדשים מתנהל דיון על תוספות נוספות שיש להן השפעה על הערך הריאלי של ההכנסה הפנויה של השכירים לאורך זמן. כלומר, ברקע לדיון על הסכמי עבודה חדשים נדונים ההסדרים הקשורים במערכת המס ותוספות היוקר כמו גם הפיצויים הנוספים כפי שמתוארים בציור 2.

הדיון בהפסד הריאלי כפי שנוסח לעיל לוקח כנקודת מוצא את ערכה הריאלי של הקצבה בנקודת הבסיס. אולם ניתן לטעון כי כאשר נקבעו גודלה של הקצבה ומועדי העדכון קיימות היו ציפיות לגבי שיעורי האינפלציה כך שלמעשה עמדה ברקע קצבה ריאלית קטנה יותר לאורך זמן.

בציור 3 מתבטא הדבר בכך שההפסד צריך להיות מחושב ביחס לישר היוצא מנקודה  $K(0)$  כאשר  $0 < \beta < 1$ , הפרמטר  $\beta$  מבטא את הציפיות האינפלציוניות ומרחק הזמן שבין

נקודות העדכון.

ציור 3



מאחר שהעדכון בפועל מתייחס לקצבה הנומינלית  $K(0)$ , אזי ייווצרו תקופות בהן קיימת קצבה ריאלית גבוהה מאותה קצבה היפותטית  $\beta K(0)$ , ולכן ההפסד המצטבר נטו יכול להיות חיובי או שלילי בהתאם לכך אם האינפלציה בפועל גדולה או קטנה מזו שנצפתה בתקופה בה נקבעו גובה הקצבה והסדרי ההצמדה והעדכון.

עקרונית, באם נרצה לשמור קבוע לאורך זמן את הערך הריאלי של אותה קצבה היפותטית, אזי הפיצוי הנוסף יכול להיות חיובי או שלילי בהתאם ליחס בין קצב האינפלציה למעשה ואותו קצב אינפלציה שעומד ברקע להחלטה בדבר מועדי העדכון של הקצבות.

במערכת קצבות שבה הסדרי ההצמדה והעדכון נתונים, תהיה לכל שיעור עלייה נתון במדד המחירים או בשכר הנומינלי הממוצע קצבה ריאלית ממוצעת לאורך זמן שביחס אליה יתאפס סך ההפסד לאורך תקופת זמן נתונה.

כפי שהוגדר לעיל, ההפסד המצטבר הוא סכום החפרשים בין קצבה ריאלית בסיסית  $\times$  כלשהי והקצבה הריאלית השוטפת. ככל שמועדי העדכון רחוקים יותר, וככל ששיעור האינפלציה גבוה יותר, ההפסד המצטבר הולך וגדל. כדי למדוד הפסד זה אנו מהווים את החפרשים שבין הקצבה הריאלית השוטפת והקצבה הריאלית הבסיסית כשחפרשים אלה מנדכסים בשער הריבית הריאלי. תפקידו של שער הריבית הינו להדגיש את "המחיר" שפרט מקבל הקצבה היה משלם אילו לורה את אותם סכומי כסף הדרושים לו להשלמת הכנסתו מהקצבה עד לרמה של אותה קצבה ריאלית בסיסית שהמחוקק התכוון והבטיח לתת לפרט בהתאם למה שנקבע בתקופת הבסיס.

כאשר הירון החפרשים נעשה ביחס ל- $\beta K(0)$  וסך ההפסד משורה לאפס, אזי יגדיר  $\beta$  את שיעור הקצבה הריאלית הממוצעת ולשינויים בערכו של פרמטר זה לאורך זמן חשיבות מכמה בחינות. ראשית, מגדיר פרמטר זה, כפי שראינו לעיל, את מה שניתן בממוצע בפועל למקבלי הקצבות השונות. שנית, בעבודות בהן נאמד שיעור התשואה בהסדרי פנסיה שונים מניחים בדרך כלל כי הפנסיה למעשה היא זו שנקבעה בחוק, כלומר, גודלה הוא בשיעור נתון מחשכר הממוצע במשק והיא עולה באופן שוטף עם העלייה בשכר הממוצע

במשק.<sup>1</sup> אולם, ראינו כי בהיעדר מערכת עדכון שוטפת יהיה שיעור הפנסיה הממוצעת ( $\beta$ ) קטן מאוד, ואילו התשלומים מופחתים מהשכר בפועל מדי חודש בחדשו. לפיכך, חישוב המתעלם מהשחיקה נותן אומדן המוטח כלפי מעלה של שיעור התשואה, הממוצע הגלום בהסדרי פנסיה וקצבות זקנה של הביטוח הלאומי.

שלישית, בחישוב הנסיס האקטוארי של תכניות ביטוח שונות ויציבות מערכת הביטוח לאורך זמן נלקחות לעתים קרובות התקנות הפורמליות כמייצגות את ההתפתחויות הריאליות, באופן הדומה לנאמר לעיל. אולם בתקופה של אינפלציה מחירה ופיגור בעדכון הקצבאות השונות יהיו הקצבאות המשולמות בפועל נמוכות מאלו שנקבעו בחוק. לפיכך בחישובים האקטואריים יש לקחת בחשבון את העובדה כי דמי ביטוח משולמים מתוך הכנסה שוטפת אולם הקצבאות אינן מעודכנות מדי חודש, ולפיכך בחלק מהזמן ערכן הריאלי נמוך מזה הקבוע בחוק.<sup>2</sup>

ניתן אפוא לומר כי בעיית שחיקת הקצבאות אינה רק בעייתם של מקבלי הקצבאות, אם כי זו אולי הבעיה החשובה ביותר, וכי להסדרי ההצמדה השלכות מבחינת תכנון מערכת הקצבאות כולה בטווח הארוך.

---

(1) ראה:

Factor H., and Habih J., "A Comprehensive Approach to Evaluating Developments In the Pensions System - An Example From Israel." Brookdale Institute, Discussion Paper 55-80, Jerusalem, June 1980.

(2) ראה יהודה גבע ויצחק מואב: "קביעת שיעור דמי הביטוח בענף אבטלה בהנחות שונות של שכר ותעסוקה", המוסד לביטוח לאומי, נובמבר 1979, לגבי קביעת אומדן גמלאות המתחשב בשחיקה זו.

## פרק ב': התפתחות הערך הריאלי והגרעון של קצבאות המוסד לביטוח לאומי

בפרק זה נבחן את ההתפתחות של נקודת קצבה (קצבת ילדים לילד ראשון ושני),

קצבת ילדים למשפחה עם 4 ילדים וקצבת זקנה לבודד (עם וברי חט"ס) מאז הפעלת הרפורמה במס הכנסה ביולי 1975. במועד זה נקבעו רמת הקצבאות וכללים לעדכון. קצבת הילדים לילד ראשון ושני נקבעה ברמה של 100 ₪ לחודש והוחלט לעדכנה כל ששה חודשים בהתאם לעלייה במדד המחירים לצרכן.

קצבת ילדים למשפחה עם 4 ילדים כולל קי"צ (קצבת יוצאי צבא) נקבעה ברמה של  $6\frac{1}{4}$  נקודות קצבה. במשך הזמן, פרט לעדכונים שנעשו בכל קצבאות הילדים, נתנו פיצויי התיקרות על עליות מחירים ספציפיות בעיקר דרך מרכיב הקי"צ לילד הרביעי.

לגבי קצבת הזקנה נקבעו הכללים הבאים: הקצבה לבודד (בלי חט"ס) תהיה 16% מהשכר הממוצע לפי חוק, ואילו הקצבה לבודד עם חט"ס צריכה להיות 25% מהשכר הממוצע לפי חוק. הקצבה עם חט"ס עודכנה פעמיים בשנה; ובנוסף לכך עלתה הקצבה בשל פיצויים מיוחדים על התיקרות ספציפיות. החל מדצמבר 1978 קצבה זו מעודכנת בכל פעם שחעלייה המצטברת במדד עולה על 10%.

הקצבה הבסיסית ביולי 1975 משמשת בסיס לחישובים על הערך הריאלי השוטף, והגרעון שנוצר למקבל קצבה מכל סוג.

### 1. קצבת ילדים לילד ראשון ושני

בהיעדר פיצוי מעבר לאינפלציה עלולים השחיקה וההפסד המצטבר להיות גדולים מדי. דוגמא לכך מהווה ההתפתחות בקצבאות הילדים בישראל מיולי 1975. מאז הרפורמה במס הכנסה, צמודות נקודות הקצבה ב-100% למדד המחירים לצרכן. על נקודות קצבה אלה מבוססות למעשה קצבאות הילדים למשפחות בגדלים שונים, אשר

מעודכנות כל ששה חדשים, בתקופות בהן קצב האינפלציה עלה בצורה מחירה, כמו בשנה האחרונה, או שהיו בהן התיקרויות בלתי צפויות, ניתנו פיצויי ההתיקרות בין שתי תקופות עדכון הדי למנוע ירידה דרסטית בערכן הריאלי של הקצבאות.

הקצבה הבסיסית ביולי 1975 היתה 100 ₪ לחודש, אולם בגלל עליית המחירים וחיגור עדכון שוטף היא נשחקה, ועומדת היום ברמה נמוכה בהרבה מזו שנקבעה בתחילה. בלוח 1, המציג את התפתחות קצבת הילדים לילד הראשון וחשני מאז יולי 1975 במחירים קבועים, ניתן לראות שערכה הריאלי של הקצבה לילד ראשון ושני לא חזר לערכה המקורי מיולי 1975 ובתקופה של אינפלציה דוהרת, כמו בשנת 1979, הדבר מתבטא בירידה מחירה בערכה הריאלי בין 2 תקופות עדכון. לדוגמא, לאחר עדכון הקצבה באוקטובר 1978 בו ערכה היה 90.19 ₪, חלה ירידה מהירה עד ל-72.29 ₪ במרץ 1979 ערב העדכון, והיא עולה ל-85 ₪ בלבד באפריל 1979. מצב דומה קיים בחודשים שלאחר אפריל 1979. בספטמבר 1979 ערכה הריאלי של הקצבה עומד על 66.58 ₪ בלבד, ובעת העדכון באוקטובר 1979 הוא עולה ל-80.52 ₪ במחירי יולי 1975, כל זאת בהשוואה לקצבה הבסיסית שנקבעה ברמה של 100 ₪ ביולי 1975.

מהטבלה ניתן גם לראות גי גובה הקצבה בחודש העדכון ביחס לגובהה במועד עדכון קודם תלוי בשינויים בקצב האינפלציה בין התקופות שקדמו לשני מועדי העדכון. לדוגמא, באפריל 1976 היתה הקצבה 91.26 ₪, באפריל 1977 - 95.84 ₪ באפריל 1978 היא היתה 90.30 ₪, ואילו באפריל 1979 היא ירדה עד לכדי 85.00 ₪. שינויים אלה נובעים מהירידה בקצב האינפלציה בשנת 1976 והחאצה בקצב עליית המחירים מאז אפריל 1977.

הפער בין ערך הקצבה הבסיסית לבין הקצבה בפועל מגדיר את הגרעון שנוצר למקבל קצבה זו. אם נחשב את הגרעון המצטבר בין ערכה של הקצבה הריאלית ביולי 1975 ובין הקצבאות שמתאריך זה ועד מרס 1980, בתוספת ריבית שנתית של 5%<sup>1</sup>,

(1) שער ריבית של 5% לשנה משמש לצרכי ריבית על השקעות במוסד לביטוח לאומי.



לוח 1: ערכה של נקודות קצבה<sup>1</sup> (קצבת ילדים לילד הראשון) במחירי יולי 1975

תודע שנה	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1975							100.00	99.96	97.93	92.11	89.29	88.59
1976	87.41	86.80	83.78	91.26	89.23	89.04	84.73	83.71	81.84	92.96	88.99	86.66
1977	86.86	86.05	84.41	95.84	93.63	91.45	90.12	86.74	83.54	90.89	90.91	89.16
1978	87.18	85.82	82.76	90.30	88.68	86.96	84.93	82.96	80.53	90.19	84.90	82.08
1979	78.21	76.35	72.29	85.00	81.14	78.36	74.27	68.53	66.58	80.52	73.40	67.29
1980	65.82	62.73	57.37									

(1) כולל פיצויי המייקרות במקופות בהן ניתני.

נקבל במרס 1980 גרעון מצטבר בסך 982.25 \$ (במחירי יולי 1975).

כלומר,

$$\sum_{i=0}^T (100 - K_i)(1+r)^{T-i} = 982.25$$

כאשר:  $K_i$  - קצבה ריאלית לחודש לילד ראשון (במחירי יולי 1975)

$r$  - שער הריבית החודשית (חמתאים לשער ריבית של 5% לשנה)

$T$  - מספר החודשים בין יולי 1975 למרס 1980.

במלים אחרות, העובדה שהקצבה עודכנה בהתאם לעלייה במדד המחירים לצרכן,

רק אחת לכמה חודשים גרמה לכך שהגרעון המצטבר הוא שווה ערך לכ-10 חודשי קצבה לילד ראשון<sup>1</sup> (במחירי 1975).

בדרך כלל נהוג להסתכל על ערכה של הקצבה הריאלית בשתי נקודות זמן ובכך

לקבוע מהי השחיקה בקצבה. במקרה שלנו השחיקה בקצבת הילדים לילד ראשון ושני

במרס 1980 לעומת יולי 1975 הינה 42.6%. אולם בדיקה זו הינה חלקית בלבד מאחר

ששחיקה זו מושפעת מגובה הקצבה הנומינלית (והדבר הוא משמעותי למדי כאשר מדובר

על חודשים שאינם חודשי עדכון) בחודש מסויים ומדד המחירים באותו חודש, והיא

אינה לוקחת בחשבון את ההפסד (גרעון) לפרט המקבל קצבה, הפסד העלול להצטבר לסכומים

גבוהים ומשמעותיים למדי. כמו כן הערך הריאלי הממוצע הנשמר על פני התקופה כולל

עלול להיות נמוך בהרבה מאותה קצבה כפי שנקבעה ביולי 1975.

מלוח 2 ניתן לראות שהערך הריאלי הממוצע של הקצבה מיולי 1975 ועד מרס

1980 עומד על 85% מהקצבה המקורית (100 \$). פירוש הדבר הוא שהעדר עדכון שוטף

חביא לכך כי בפועל ניתנה בממוצע רק קצבה של 85 \$, לעומת 100 \$ כפי שנקבע ביולי

1975.

(1) כאשר משווים את הגרעון במחירי מרס 1980 לעומת הקצבה של אותו חודש, מקבלים שהיא שווה ערך ל-16 חודשי קצבה. הדבר נובע מהשחיקה של הקצבה השרטפת לעומת הקצבה הנסיסית.

לוח 2: נקודת קצבה: חישוב הגרעון כ- % מהקצבה הבסיסית והערך הריאלי של

הקצבה ביחס לקצבה הבסיסית לתקופות שונות<sup>1</sup>

הערך הריאלי של הקצבה (B)	גרעון כ- % מקצבה		מס' חודשים	ת ק ו פ ה
	בסיסית (C)			
	לתקופה	לחודש		
.85	982.25	17.23	57	VII/75 - III/80
.92	74.82	8.31	9	VII/75 - III/76
.87	80.87	13.48	6	IV/76 - IX/76
.88	74.72	12.45	6	X/76 - III/77
.90	59.11	9.85	6	IV/77 - IX/77
.91	9.11	9.11	1	X/77
.87	64.61	12.92	5	XI/77 - III/78
.86	86.38	14.40	6	IV/78 - IX/78
.81	116.92	19.49	6	X/78 - III/79
.77	113.46	22.69	5	IV/79 - VIII/79
.67	33.42	33.42	1	IX/79
.77	46.16	23.08	2	X/79 - XI/79
.63	147.01	36.75	4	XII/79 - III/80

(1) מירולי 1975 עד היום. תקופות ביניים מתייחסות לחודשים בין שני עדכונים.

את התופעות של האינפלציה על הקצבאות בתקופות הביניים, בין עדכון לעדכון,

ניתן לראות גם כן בלוח 2. הערך הריאלי של הקצבה נמוך יחסית בתקופה האחרונה

עקב ההאצה באינפלציה. דוגמא בולטת לכך מהווה חודש ספטמבר 1979; אעפ"י שבחודש

זה עודכנה הקצבה, הערך הריאלי הוא 67% בלבד ביחס לערך בתקופת הבסיס.

בחודש זה ההפסד למקבל קצבה הסתכם ב-33% מהקצבה המקורית. ההפסד הגדול ביותר היה בתקופה שבין דצמבר 1979 למרץ 1980; בארבעת החודשים האלה הגרעון היה 147% מהקצבה המקורית, כלומר יותר מחודש קצבה בסיסית לכל התקופה או כ-37% לחודש.

מלוח 2 ניתן לראות את הקשר בין גרעון (הפסד) לחודש לבין הערך הריאלי הממוצע של הקצבה: ככל שהגרעון גדול יותר הערך הריאלי נמוך יותר. הדבר נובע מכך שכאשר שיעור האינפלציה עולה ובהיעדר עדכון שוטף, ההפסד לפרט הולך וגדל, ובממוצע הערך הריאלי של הקצבה אותה הוא מקבל הולך ויורד. יש לציין שהן הגרעון והן הערך הריאלי של הקצבות בתת התקופות מחושבות ביחס לקצבה הריאלית ביולי 1975; כלומר הקצבה ביולי 1975 מייצגת עבורנו נקודת החתיכה היחידה לקביעת גובה הקצבות.

## 2. קצבת ילדים למשפחה עם 4 ילדים (כולל קי"צ)

ההתפתחות בקצבת הילדים למשפחה עם 4 ילדים (כולל קי"צ) כאחוז מהקצבה ביולי 1975 (במחירים קבועים) מוצגת בלוח 3. משפחה עם 4 ילדים מקבלת מאז הרפורמה במס הכנסה  $6\frac{1}{4}$  נקודות קצבה ( $4\frac{1}{2}$  נקודות קצבה רגילה ו- $1\frac{3}{4}$  נקודות קי"צ) ועל כן כללי העדכון של קצבה זו דומים לאלה שנחגו לגבי קצבת הילדים לילד ראשון. אולם במשך הזמן ניתנו פיצויי התיקרות על התיקרות ספציפיות בעיקר דרך מרכיב הקי"צ שבקצבה. לעתים אף ניתן פיצוי מיוחד למשפחה עם 4 ילדים אשר מפצה לא רק בעבור הילד הרביעי, כי אם בעבור שלושת הילדים הראשונים. מכאן נובע כי בממוצע, מאז הרפורמה במס הכנסה, נשמר ערך ריאלי גבוה יותר של קצבה זו בהשוואה לקצבת הילדים לילד ראשון ושני.

אם נשווה את לוחות 1 ו-3, ניראה כי על אף שקיימת אותה מגמה של ירידה בערך הקצבות, הרי שהקצבה למשפחה עם 4 ילדים היא בדרך כלל גבוהה יותר מאשר נקודת

לוח 3: שרונה של קצונה ילדים כולל קי"צ לטשפה עם 4 ילדים<sup>1</sup> כאחוז מהקצונה בירלר 1975 (מחירי ירלר 1975)

שנה	חודש	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1975						100.0	99.9	97.9	92.1	89.3	88.6		
1976		87.4	86.8	83.9	92.4	90.5	90.3	87.1	86.1	84.1	93.0	91.1	88.7
1977		88.9	88.1	86.4	95.8	93.6	91.4	90.1	92.4	89.0	93.3	93.3	91.5
1978		89.5	89.4	86.2	90.3	88.7	87.0	84.9	82.9	80.5	90.2	84.9	82.1
1979		78.2	76.4	72.3	85.0	86.5	89.8	85.1	78.5	76.0	84.5	77.0	75.2
1980		70.1	66.8	63.5									

(1) כרלל פרצרי מתקדמת במקופרת בהן נירתני.

לוח 4: קצבת ילדים למשפחה בת 4 ילדים (כולל קי"צ) כ- % מהקצבה חבסיסית  
וחערך הרזאלי של הקצבה ביחס לקצבה חבסיסית לתקופות שונות<sup>1</sup>

חערך הרזאלי של הקצבה (β)	גרעין כ- % מקצבה בסיסית (C)		מס' חודשים	ת ק ו פ ה ג י ן
	כל התקופה			
	לחודש	לחודש		
.87	848.46	14.89	57	VII/75 - III/80
.92	74.79	8.31	9	VII/75 - III/76
.91	26.90	8.97	3	IV/76 - VI/76
.86	42.86	14.29	3	VII/76 - IX/76
.93	7.00	7.00	1	X/76
.89	57.22	11.44	5	XI/76 - III/77
.93	29.24	7.31	4	IV/77 - VII/77
.91	18.63	9.32	2	VIII/77 - IX/77
.93	6.70	6.70	1	X/77
.91	25.79	8.60	3	XI/77 - I/78
.88	24.44	12.22	2	II/78 - III/78
.86	86.44	14.41	6	IV/78 - IX/78
.81	116.84	19.47	6	X/78 - III/79
.85	15.00	15.00	1	IV/79
.87	13.50	13.50	1	V/79
.84	46.74	15.58	3	VI/79 VIII/79
.76	24.00	24.00	1	IX/79
.81	38.56	19.28	2	X/79 - XI/79
.69	125.08	31.27	4	XII/79 - III/80

(1) מיוולי 1975 עד מרס 1980. תקופות חבסיסיות מתייחסות לחודשים בין שני עדכונים.

הקצבה הרגילה. הגרעון שנוצר למשפחה עם 4 ילדים לתקופה כולה, הינו 84%, דבר השקול להפסד של יותר מ-8 חודשי קצבה מאז יולי 1975. הערך הריאלי הממוצע הוא 87%, שחינו גבוה ב-2% מהערך הריאלי של נקודת קצבה (ראה לוח 4). מלוח 4 ניתן לראות שהחל משנת 1978 הערך הריאלי של קצבה זו הוא כ-80%, ובחודשים דצמבר 79-מרס 80 הוא יורד ל-69%. בארבעת החודשים האלה ההפסד למשפחה עם 4 ילדים היה 31.27% לחודש (11) ביחס לקצבה שנקבעה ביולי 1975; כלומר בכל חודש המשפחה קבלה בממוצע כשני שלישים ממה שנקבע כקצבה ל-4 ילדים בעת הרפורמה במס הכנסה.

### 3. קצבת זקנה לבודד בלי חט"ס

ההתפתחות בקצבת הזקנה לבודד המנוכה במדד השכר הממוצע כ-% מהקצבת הבסיסית מאז יולי 1975 מוצגת בלוח 5. בתאריך זה היתה הקצבה 341 ל לחודש. אולם בתקופה שלאחר מכן היא לא חזרה לרמתה המקורית והיא נשחקת בהתמדה. אותן התופעות עליהן הצבענו בחקשר לקצבת הילדים תקפות לגבי קצבת הזקנה לבודד; כלומר ניתן להסתכל על מדד השכר הממוצע באותו אופן כמו על מדד המחירים לצרכן. בעיה ספציפית לקצבת הזקנה קשורה לקביעת רמתה בתאריך העדכון. קצבת הזקנה נקבעת לפי שיעור מסויים מהשכר הממוצע לפי חוק (השכר הקובע). שכר זה מבוסס על ממוצע של שלושת החודשים האחרונים עליהם יש אינפורמציה על השכר הממוצע למשרת שכיר. בדרך כלל האינפורמציה על השכר הממוצע מתקבלת בפיגור של כשש חודשים. פער הזמן בין ששת החודשים נסגר ע"י חוספת כל תוספות היוקר שנתנו בתקופה הנדונה. בתקופות של עלייה מהירה בשכר הממוצע, בעיקר בשנים האחרונות בהן השכר הריאלי עלה לאורך הזמן, הדבר עלול לגרום לירידה מהירה בערך הריאלי של הקצבה. מהסתכלות על חודש מסויים כלשהו לאורך זמן ניתן לראות את הירידה בערך הריאלי של הקצבה. לדוגמא, באפריל 1976 קצבת הזקנה היתה 92.6, באפריל 1977 - 90.6, באפריל 1978 - 90.9, ואילו באפריל 1979 - 77.8 בלבד; ויש לזכור שאפריל הוא חודש העדכון.

לוח 5: קצבת זקנה לבנודד<sup>1</sup> ענוכה בנדד השכר הממוצע כאחוז מהקצבה של ירלר 75 (במנחתי שכר ממוצע של ירלר 1975)

שנה	תודש	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1975		91.3	89.2	84.3	92.6	90.1	85.9	86.5	84.8	83.3	87.9	86.7	82.3
1976		80.7	78.6	67.4	90.6	87.3	74.6	82.2	86.3	83.5	85.3	85.1	83.1
1977		86.1	83.4	77.7	90.9	86.2	76.6	80.1	82.3	81.6	83.8	82.1	72.3
1978		75.9	72.1	61.6	78.0	77.8	70.6	72.3	73.0	74.6	72.1	69.7	70.4
1979													



לוח 6: קצבת זקנה לבודד: חישוב הגרעון כ-% מהקצבה הבסיסית והערך  
 הריאלי של הקצבה ביחס לקצבה הבסיסית לתקופות שונות.<sup>1</sup>

הערך הריאלי של הקצבה (β)	גרעון כ-% מקצבה בסיסית (C)		ת ק ו פ ה	
	לכל התקופה	לחודש	מס' חודשים	ב י ן
.83	1026.38	19.01	54	VII/75 - XII/79
1.00	0.00	0.00	1	VII/75
.97	6.95	3.48	2	VIII/75 - IX/75
.95	4.86	4.86	1	X/75
.91	46.86	9.37	5	XI/75 - III/76
.87	77.43	12.90	6	IV/76 - IX/76
.81	117.33	19.56	6	X/76 - III/77
.84	96.37	16.06	6	IV/77 - IX/77
.85	46.68	15.56	3	X/77 - XII/77
.82	52.92	17.64	3	I/78 - III/78
.83	103.16	17.19	6	IV/78 - IX/78
.79	61.93	20.64	3	X/78 - XII/78
.70	90.82	30.27	3	I/79 - III/79
.75	73.89	24.63	3	IV/79 - VI/79
.73	54.84	27.42	2	VII/79 - VIII/79
.75	25.35	25.35	1	IX/79
.71	88.05	29.35	3	X/79 - XII/79

(1) מירולי 1975 עד דצמבר 1979. תקופות הביניים מתייחסות לחודשים בין שני עדכונים.

הערך הריאלי של קצבת זקנה לבודד (בלי הט"ס) והחפסד שנגרם לפרט המקבל קצבה

כזו מאז יולי 1975 מובא בלוח 6.

ערכה הריאלי של קצבה זו בתקופה שבין יולי 1975 לבין דצמבר 1979 נמד בממוצע

על 83% מהקצבה הבסיסית (של יולי 1975); כמו כן, החפסד שנגרם למקבל קצבה כזו

לאורך התקופה הנדונה הוא בשיעור 1026% בדחס לקצבה הבסיסית, כלומר, החפסד השקול

ל-10 חודשי קצבה (ראה לוח 6). לגבי תקופות שונות המתייחסות לחודשים בין שני

עדכונים עוקבים ניתן לראות מלוח 6 כי משנת 1978 עם העלייה בשיעור הגידול הממוצע

בשכר הריאלי, ערכה הריאלי של הקצבה הולך ויורד, ומגיע ל-70% מהקצבה הבסיסית

בחודשי ינואר-מרץ 1979. החפסד בתקופה זו הוא כ-91% מהקצבה הבסיסית, שהוא כ-30%

לחודש.

בכל תקופת זמן בין 2 עדכונים נגרם הפסד לפרט המקבל קצבה. כמו כן, הערך

הריאלי של הקצבה מותנה בשיעור העלייה בשכר הממוצע בתקופות האלה. כפי שראינו,

ככל ששיעור הגידול בשכר הממוצע גבוה יותר, השחיקה בקצבה תהיה גדולה יותר.

ראוי לציין ששחיקה של קצבה זו בצורתה הרגילה בדצמבר 1979 לעומת יולי 1975

הינה כ-30%; כלומר הקצבה הריאלית בדצמבר 79 נמוכה ב-30% מהקצבה הריאלית ביולי

1975. אולם, כפי שראינו, חישוב זה אינו לוקח בחשבון את החפסד לפרט לאורך זמן,

חמסתכם בלמעלה מ-10 חודשי קצבה (של יולי 1975).

#### 4. קצבת זקנה לבודד עם הט"ס

בלוח 7 מוצגת ההתפתחות בקצבת הזקנה לבודד, הכוללת הטבה סוציאלית (הט"ס)

כאחוז מהקצבה הבסיסית כאשר היא מנוכית בשכר הממוצע מאז יולי 1975.

תוספת ההטבה הסוציאלית מתעדכנת לעתים קרובות יותר מעבר למועדי העדכון

הקבועים. ינדכונים אלה נובעים מפיצויי התיקרות שונים; ובשנה האחרונה עודכנה כל

עת שהעלייה המצטברת במדד המחירים עלתה על 10%.

לוח 7: קצבת זקנה לנרדד עם הט"ס<sup>1</sup> מנחה במדד השכר הממוצע כאחוז מהקצבה של יולי 1975 (במרווחי שכר ממוצע של יולי 1975)

שנה	חודש I	חודש II	חודש III	חודש IV	חודש V	חודש VI	חודש VII	חודש VIII	חודש IX	חודש X	חודש XI	חודש XII
1975	100.0	97.1	95.8	94.9	95.0	92.8						
1976	90.8	88.8	83.9	98.4	95.8	91.3	95.2	93.3	91.7	86.6	89.8	85.1
1977	83.6	81.4	69.8	83.6	80.6	68.9	75.9	86.0	83.2	86.1	96.2	94.0
1978	89.3	86.4	80.6	83.9	79.7	70.8	74.0	76.0	84.9	84.7	83.0	73.0
1979	79.9	75.9	64.8	81.4	81.1	73.6	66.7	67.4	77.2	81.5	83.8	98.5

(1) כולל פיצויי התקררות בתקופת החן ניתני.

לוח 8: קצבת זקנה לבודד (עם הט"ס): חישוב הגרעון כ- % מחקצבה הבסיסית והערך

הריאלי של הקצבה ביחס לקצבה הבסיסית לתקופות שונות<sup>1</sup>

חערך הריאלי של הקצבה (β)	גרעון כ- % מקצבה בסיסית (C)		ת ק ו פ ה	
	לתקופה	לחודש	מס' חודשים	ב י ק
.85	932.12	17.09	54	VII/75 - XII/79
1.00	0.00	0.00	1	VII/75
.96	7.11	3.55	2	VIII/75 - IX/75
.95	5.11	5.11	1	X/75
.90	48.94	9.79	5	XI/75 - III/76
.95	14.59	4.86	3	IV/76 - VI/76
.93	16.92	6.64	3	VII/76 - IX/76
.87	13.41	13.41	1	X/76
.82	90.88	18.18	5	XI/76 - III/77
.77	91.58	22.89	4	IV/77 - VII/77
.85	30.83	15.41	2	VIII/77 - IX/77
.86	13.88	13.88	1	X/77
.95	9.85	4.92	2	XI/77 - XII/77
.85	43.89	14.63	3	I/78 - III/78
.77	116.44	23.29	5	IV/78 - VIII/78
.85	15.11	15.11	1	IX/78
.80	59.48	19.83	3	X/78 - XII/78
.74	79.40	26.57	3	I/79 - III/79
.79	64.07	21.36	3	IV/79 - VI/79
.67	66.03	33.02	2	VII/79 - VIII/79
.77	22.78	22.78	1	IX/79
.82	18.45	18.45	1	X/79
.84	16.16	16.16	1	XI/79
.99	1.46	1.46	1	XII/79

(1) מירלי 1975 עד דעמבר 1979. תקופות הביניים מתייחסות לחודשים בין שני עדכונים.

למרות כל זאת, קצבה זו נשחקה לאורך זמן, ולאורך כל התקופה היא לא חזרה

לרמתה מיולי 1975.

קצבה זו מאופיינת בכך שעודכנה לעתים קרובות יותר בחשוראה לקצבה בלי הט"ס.

לפיכך, הערך הריאלי של קצבה מיולי 1975 ועד סוף 1979 עומד על 85% מהקצבה  
חבסיסית, בשני אחוזים יותר מאשר קצבה ללא הט"ס (ראה לוח 8). ההפסד שנגרם לפרט  
המקבל קצבה עם הט"ס הוא 932.1% מהקצבה החבסיסית, כלומר יותר מ-9 חודשי קצבה.

הערך הריאלי של קצבה זו הולך ויורד לאורך זמן. בשנת 1976 היה בקירוב  
90%-95%, וחלל משנת 1977 נמוך יותר, כאשר הערך הצמור ביותר, 67%, מתקבל בחודשים  
יולי-אוגוסט 1979. ההפסד לפרט מקבל קצבה בחודש נובמבר 1979 היה 22.8% מהקצבה  
חבסיסית.

ההפסד הגדול ביותר היה בחודשים יולי-אוגוסט 1979 והסתכם ב-33% לחודש

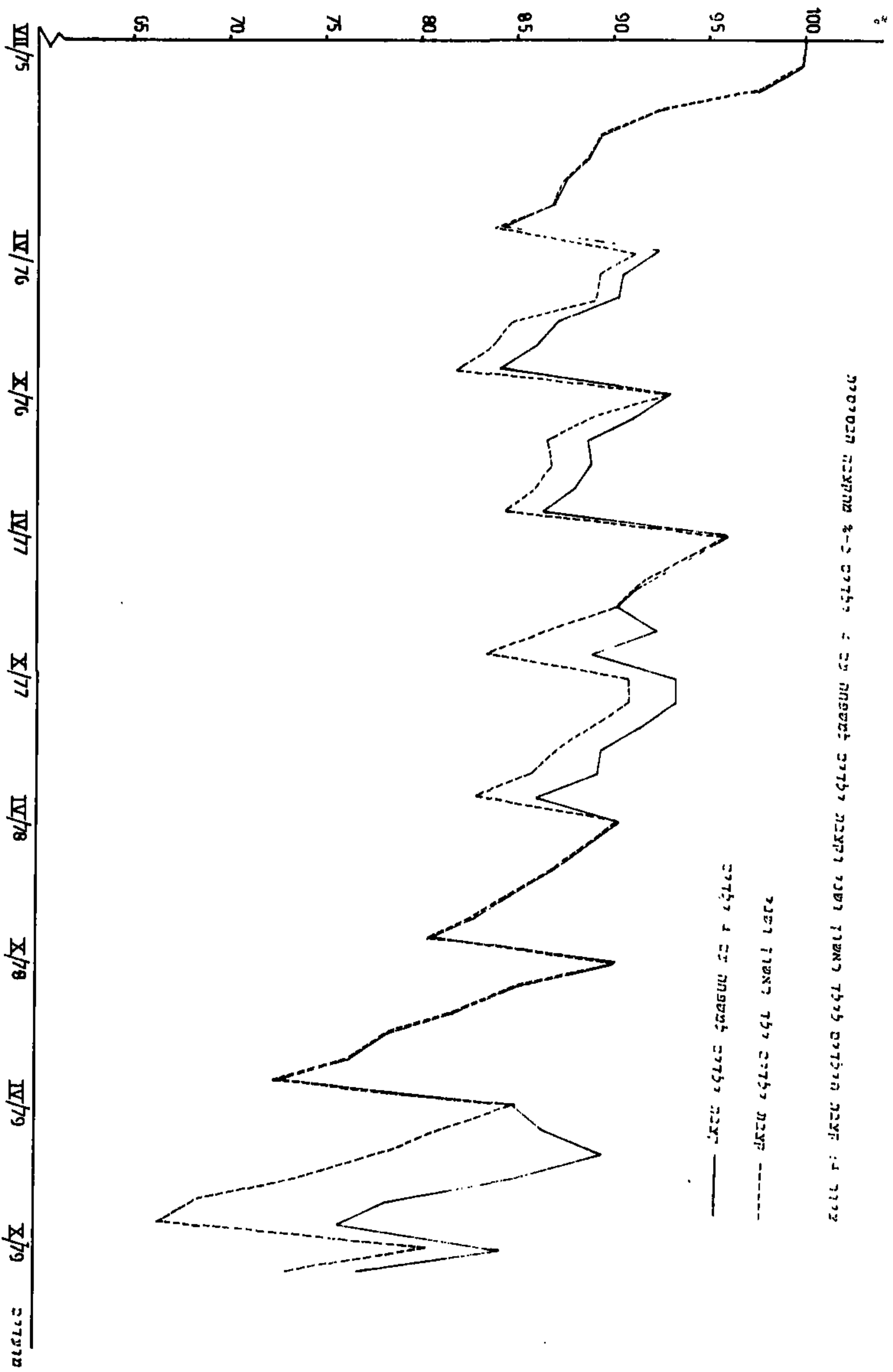
לקצבה החבסיסית.

בדיקת השחיקה בשתי נקודות זמן מראה לנו שחקצבה בדצמבר 1979 נשחקה ב-1.5%

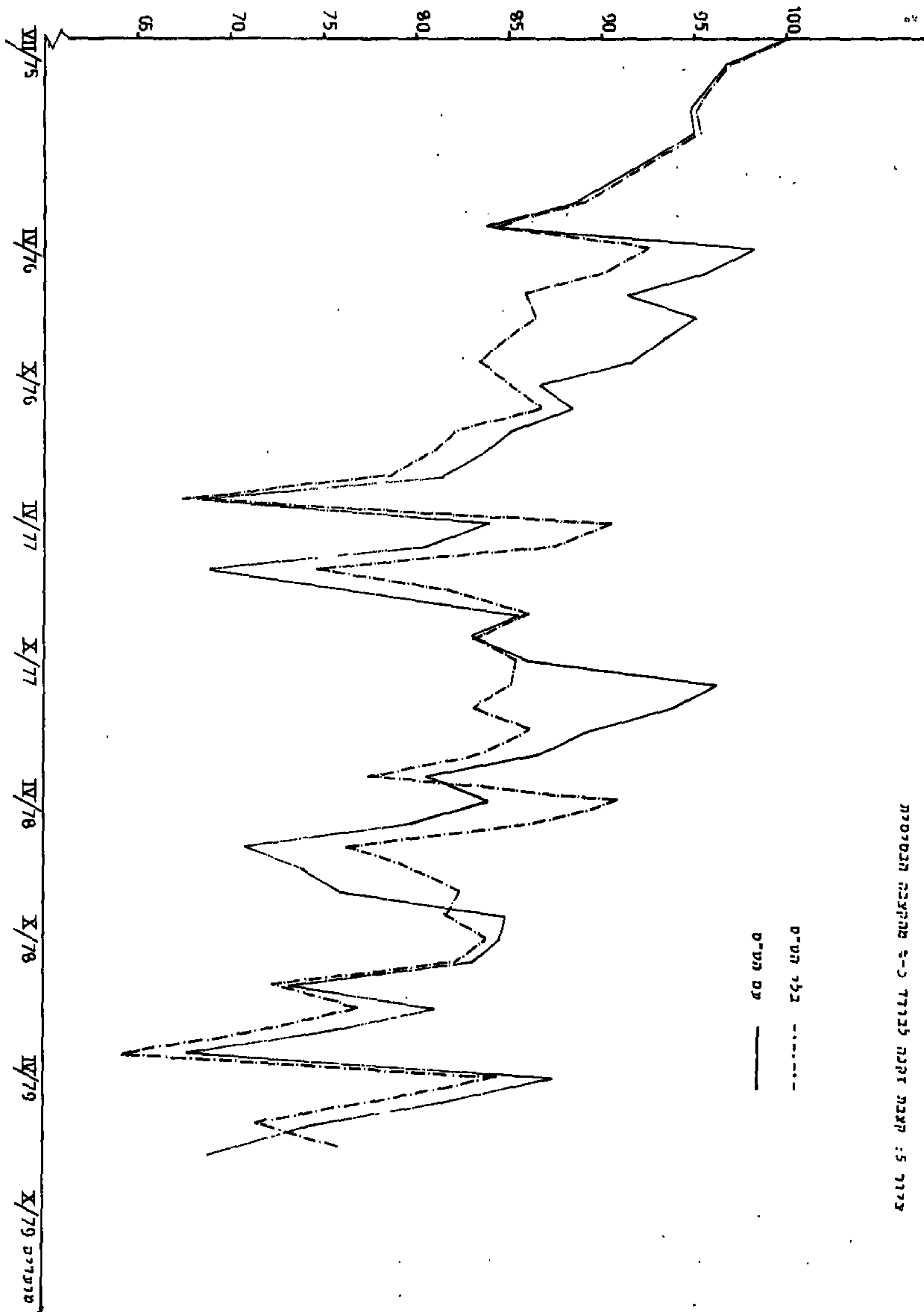
ביחס לקצבה ביולי 1975. אולם, ההפסד המצטבר גבוה מ-9 חודשי קצבה בתקופה זו.

#### 5. הצגה דיאגרמטית

בציורים 4 ו-5 מובאת הצגה דיאגרמטית של ההתפתחות בקצבאות הללו ביחס לקצבה  
חבסיסית של יולי 1975. ציור 4 מציג את קצבאות הילדים, ואילו ציור 5 - את קצבאות  
הזקנה. לנוחיות הקורא בחרנו להציג את הקצבאות בצורה רציפה, למרות שלמעשה משולמת  
הקצבה אחת לחודש, ניתן לראות את המגמה הכללית של ירידה בערך הקצבאות לאורך זמן.  
בקצבת הילדים לילד ראשון ושני הפער בין הקצבה החבסיסית לקצבה השוטפת מתרחב לאורך  
זמן. מגמה זו התחזקה מסוף 1978 בה קצב האינפלציה עלה במידה רבה.



צירוף 5: קצבת זקנה לנודד כ-5 מהקצבה הנספיקית



בקצבת הילדים למשפחה עם 4 ילדים קיימת גח כן מגמת דומה, אולם הפער הוא קטן

יותר מאשר בנקודת הקצבה וזאת בעיקר בתקופת האחרונה.

חתונדות בקצבת הזקנה הן חריפות יותר מאשר בקצבת הילדים. הדבר מוסבר בכך שבתקופות

של עלייה מחירה בשכר הממוצע, הקצבה אשר מתעדכנת לפי שכר בפיגור איננה מדביקה את השכר למעשה.

הקצבה הריאלית ביחס לקצבה הבסיסית עם הט"ס היא בדרך כלל גבוהה מאותה קצבה

כלי הט"ס, אולם ישנן תקופות, כמו בין אפריל-אוגוסט 1977 ואפריל-אוגוסט 1978, בהן

היא נמוכה יותר (ביחס לקצבה הבסיסית עם הט"ס). תופעה זו מוסברת ע"י העובדה כי בחודשים

אפריל 1977 ו-1978 ירד החט"ס נומינלית<sup>1</sup>, ואילו הקצבה הבסיסית עלתה.

(1) כירון שהחט"ס מועלית מדי פעם בשל התיקרויות שונות במטק, יתכנו מקרים בהם בתקופת העדכון היה שיעור העדכון לקצבה נמוך משיעור סך ההתיקרויות שניתנו להט"ס בין שתי תקופות עדכון כמקדמה. הולדת המקדמה בזמן העדכון יכולה להביא לירידת החט"ס נומינלית.



פרק ג': כללי עדכון ושיעור הערך הריאלי של הקצבאות - ניסוח פורמלי

הסדרי העדכון של הקצבאות השונות קובעים את מרחק הזמן שבין עדכון אחד למשנהו ואת מדד העדכון שהוא אומדן השכר הממוצע או מדד המחירים לצרכן. אחת הבעיות המרכזיות העומדת בפני המתכנן היא הפיגור באינפלציה על המדדים המשמשים לעדכון הקצבאות. בפרק זה אנו מזניחים בעיה זו ומתרכזים ביחסי הגומלין שבין קצב האינפלציה, מועדי העדכון, שיעור העדכון ושיעור הקצבה הריאלית הממוצעת, ואילו פרק ה' מתרכז בבעיות הנובעות מהפיגור באינפלציה. מטרתו העיקרית של פרק זה היא אפוא לדרוך בכללים שונים לעדכון קצבאות והקשרים ההדדיים שבין הפרמטרים המוגדרים ע"י כללי העדכון והקצבה הריאלית הממוצעת לאורך זמן. אין אנו דנים בהסדרים ספציפיים הנהוגים היום, או שחיו נהוגים בעבר, אולם, כפי שיובן בהמשך, ניתן לעשות שימוש בתוצאות המספריות שיובאו בפרק ד' לצורך תכנון מערכת הקצבאות ושיטות העדכון שלהן בתקופות של אינפלציה מהירה ועלייה בשכר הנומינלי.

כבסיס לדיון משמש המושג של ההפסד המצטבר כפי שהוגדר בפרק א'. הפסד זה תלוי כפי שראינו בקצב האינפלציה ובהסדרי העדכון, ולפיכך הוא מתאים לצורך הדיון בקשר שבין האינפלציה, כללי העדכון והערך הריאלי הממוצע של הקצבה. הדיון כולו מנוסח במונחי מדד המחירים לצרכן, אולם ניתן להחליף את המדד במדד של שכר ממוצע ולקבוע את הקצבה הבסיסית כשיעור קבוע מהשכר הממוצע. כלומר, נגדיר את הקצבה הבסיסית  $K(0)$  להיות

$$K(0) = \delta W(0)$$

כאשר  $W(0)$  הוא השכר הממוצע בתקופת הבסיס  $\delta$ -הוא הפרמטר הקובע את היחס בין הקצבה לשכר הממוצע בתקופת הבסיס. לצרכי דיוננו אין לפיכך חשיבות לשאלה באיזה סוג קצבה מדובר, ומסקנותיו רלבנטיות לקצבאות צמודות מדד וכן לקצבאות הצמודות לשכר הממוצע באותה מידה.

ההגדרות והסימנים הבאים משמשים לצורך הניסוח הפורמלי של שיטות העדכון

חשונות:

א.  $K(Z)$  - ערכה הנומינלי של הקצבה בזמן  $Z$

ב.  $P(Z)$  - המדד בזמן  $Z$  (שכר ממוצע).

כלומר:

$$P(Z) = p(0) \exp \int_0^Z \pi(\tau) d\tau$$

כאשר  $\pi(\tau)$  הוא שיעור האינפלציה בזמן  $\tau$ .

[לצורך נוחיות הדיון נגדיר את המדד בתקופת הבסיס להיות 1.]

ג.  $t_1$  - הזמן בו מעדכנת הקצבה, לפי שיעור העלייה במדד למעשה.

ד.  $T$  - אורך תקופת התכנון

ה.  $r$  - שער הריבית הריאלי

ו.  $\alpha$  - פרמטר המגדיר את היחס בין שיעור העדכון ועליית המדד למעשה.

ז.  $\beta$  - הפרופורציה של הקצבה הריאלית הממוצעת מהקצבה הבסיסית.

הניסוח האלגברי הינו במונחים רציפים לצורך נוחיות החצגה, אולם חמסקנות

יהיו דומות עבור ניסוח במונחים בדידים.

להלן נדון בשלוש שיטות עדכון קצבאות חשונות ביניהן בפרמטר הקובע את

נקודת הזמן בה מעודכנת הקצבה. השיטה הראשונה קובעת את זמני העדכון מראש (שיטה

א'), חשנדיה קובעת כי הקצבה תעודכן לאחר שהעלייה המצטברת במדד גורמת לחפסד

שגודלו נקבע מראש (שיטה ב'), ואילו השלישית מגדירה את זמן העדכון ע"י סך העלייה

המצטברת במדד.

שיטה א'

בשיטה זו תלוי שיעור העלייה בקצבה בזמני העדכון בעלייה המצטברת במדד

מזמן העדכון האחרון. שיטת העדכון "האידיאלית" היא זו שמקזזת את ההפסדים

הנגרמים למקבל הקצבה בפרקי הזמן שבין שני זמני השינוי בקצבה הנומינלית.

החפסד המצטבר ממועד קביעת הקצבה הבסיסית ועד למועד העדכון הראשון מוגדר

ע"י החפרש בין קצבה קבועה במונחים ריאליים והקצבה הריאלית למעשה, כאשר החפסד

(רווח) צובר ריבית:

כלומר:

$$(1) \quad C(t) = \int_0^{t_1} \left( \beta K(0) - \frac{K(0)}{P(Z)} \right) e^{r(t_1-Z)} dz$$

כאשר  $\beta = 1 - \gamma = 0$ ,  $C(t)$  הוא השטח  $A_1$  בעיור 1.  
 לפיצוי בזמן  $t_1$  שני מרכיבים:

- א. התאמה התלויה בשיעור העלייה במדד.
- ב. פיצוי מיוחד שנועד לפצות על ההפסד הריאלי עקב שחיקת הקצבה.  
 כלומר, בזמן  $t_1$  נקבעה קצבה נומינלית חדשה  $K(t_1)$  באופן הבא:

$$(2) \quad K(t_1) = \alpha(t_1)K(0)p(t_1)$$

בפועל, המדד המשמש לעדכון הקצבה בזמן  $t_1$  איננו  $p(t_1)$  אלא ממוצע של שלושת החודשים האחרונים לגביהם קיימת אינפורמציה על מדד המחירים. כלומר מדד העדכון יהיה:

$$(3) \quad P(t_{0+1}) = \int_{t_{1-b}}^{t_{1-a}} \frac{1}{b-a} e^{\pi z} dz = \frac{1}{\pi(b-a)} e^{\pi t_1} (e^{-\pi a} - e^{-\pi b})$$

כאשר  $t_{1-a}$  הוא הזמן האחרון בו ידוע המדד, ואילו  $b-a$  הוא פרק הזמן בו נעשה החישוב של המדד הממוצע.

מן הראוי לציין כי המדד כפי שנוסח ב-(3) מניח שיעור אינפלציה קבוע  $\pi$  לאורך כל התקופה.

יחי מדד הבסיס, הממוצע לתקופה שקדמה למועד קביעת הקצבה הבסיסית אם אותם פיגורים אזי קיים:

$$(4) \quad P(B) = \int_{t_{0-h}}^{t_{0-a}} \frac{1}{b-a} e^{\pi z} dz = \frac{1}{\pi(b-a)} e^{\pi t_0} (e^{-\pi a} - e^{-\pi b})$$

לכך:

$$(5) \quad \frac{P(t_{0+1})}{P(B)} = \frac{e^{\pi t_1}}{e^{\pi t_0}} = \frac{P(t_1)}{P(t_0)}$$

$$P(0) = P(t_0) = 1$$

מאחר שהגדרנו  $1 = P(t_0) = P(0)$  אזי נרבע מכך כי אם קצב האינפלציה, קבוע מתאריך  $t_{0-h}$  ועד  $t_{1-a}$ , אזי לפיגור במדד המשמש לעדכון אין השפעה על גודל הקצבה בתקופה  $t_1$ .

בדיון לחלף נתעלם מפייגור זה ונניח כי העדכון הוא לפי המדד במועד העדכון,

או לחילופין, כי שיעור האינפלציה קבוע.

עקב מגבלות שוק ההון רצוי כי החפסד יכוסה תוך זמן קצר יחסית, שכן מקבל

הקצבה יתקשה לממן את הוצאותיו אפילו יפוצה בעתיד על חפסדיו בהווה.

נגדיר  $t_{1,2}$  להיות נקודת הזמן בה בחתום לצדפיות על שיעור האינפלציה בעתיד

בזמן  $t_1$  יכוסה הגרעון שחצטבר עד זמן  $t_1$ .

כלומר צריך להתקיים:

$$(6) \quad K(0) \left\{ \int_0^{t_1} \left( \beta - \frac{1}{P(Z)} \right) e^{r(t_{1,2}-Z)} dz + \int_{t_1}^{t_{1,2}} \left( \beta - \alpha(t_1) \frac{P(t_1)}{\hat{P}(Z)} \right) e^{r(t_{1,2}-Z)} dz \right\} = 0$$

כאשר  $\hat{P}(Z)$  הוא מדד המחירים המצופה בזמן  $t_1$  עבור

$$t_1 < Z < t_{1,2}$$

ו- $t_1$  הוא פרק הזמן בו נרצה לכסות את הגרעון המצטבר עד זמן  $t_1$ ,

וקיים  $t_1 < t_{1,2} \leq t_2$ .

מ (6) נקבל:

$$(7) \quad \beta \int_0^{t_{1,2}} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ = \int_0^{t_1} \frac{1}{P(Z)} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ + \alpha(t_1) \int_{t_1}^{t_{1,2}} \frac{P(t_1)}{P(Z)} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ$$

לכז:

$$(8) \quad \alpha(t_1) = \frac{\beta \int_0^{t_{1,2}} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ - \int_0^{t_1} \frac{1}{P(Z)} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ}{\int_{t_1}^{t_{1,2}} \frac{P(t_1)}{P(Z)} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ}$$

כאשר שיעור עליית המחירים חיובי יתקיים  $P(Z) > 1$  לכל  $0 < Z < t_1$ . בהנחה של ציפיות רציונליות יתקיים:

$$\hat{P}(Z) > P(t_1) \quad \text{עבור} \quad t_1 < Z < t_{1,2}$$

נניח כי  $\beta=1$ , כלומר, נרצה לשמור על ערכה-חריאלי של הקצבה הבסיסית, אזי

מ (8) נובע כי  $\alpha > 1$ .

(1) ראה הוכחה בנספח א', סעיף 1.

בנוסף לכך, נניח כי עולה שיעור האינפלציה, כלומר, יהיה  $\hat{P}(Z)$  טוד המחירים עבור  $0 < Z < t_1$  כך שמתקיים

$$\hat{P}(Z) > P(Z)$$

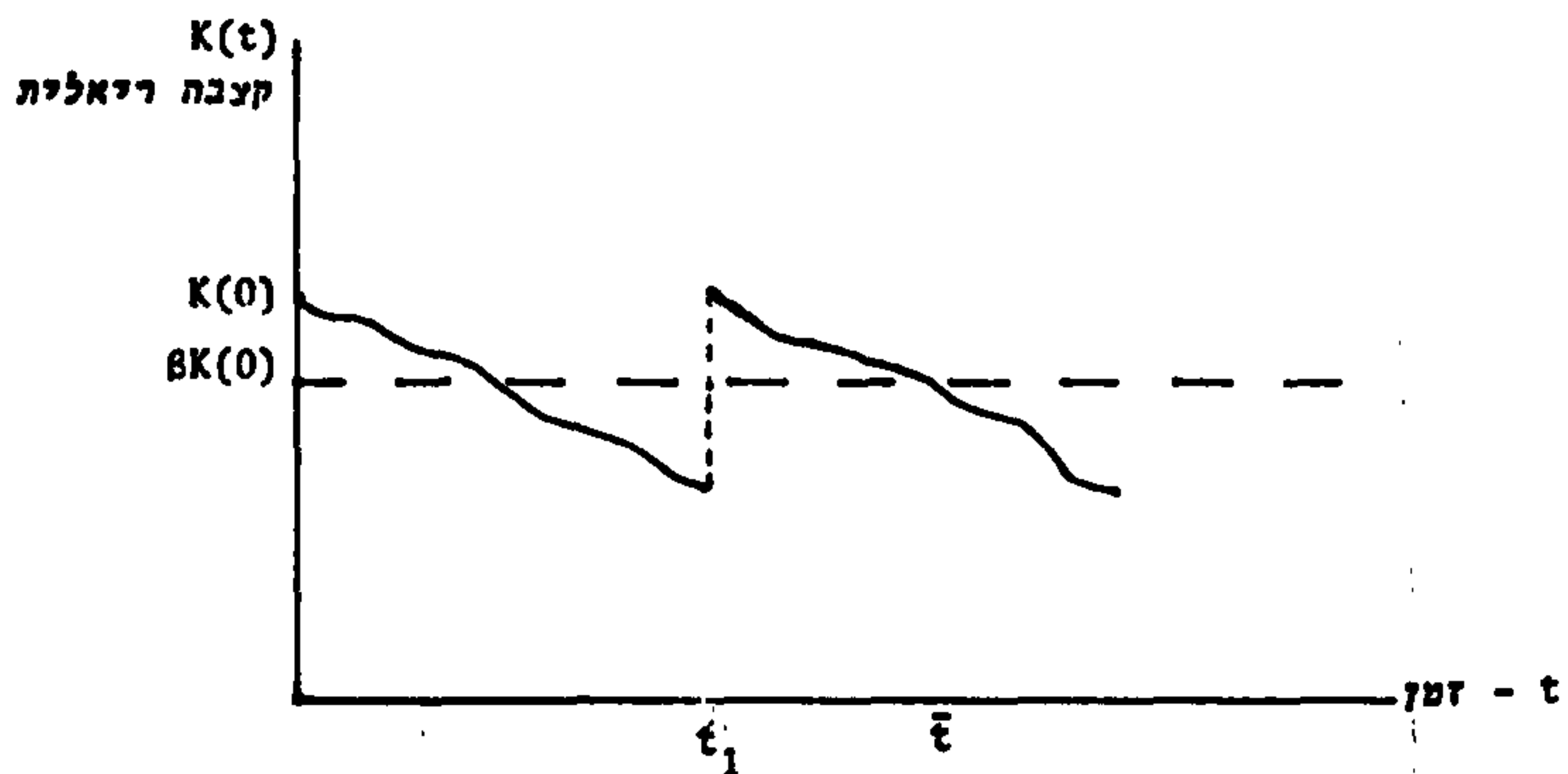
אם מתקיים גם  $\hat{P}(Z) > \hat{P}(Z)$  לכל  $t_1 < Z < t_{1,2}$  אזי מ- $(\theta)$  נובע כי מתקיים

$$\alpha'(t_1) > \alpha(t_1)$$

כאשר  $\alpha'(t_1)$  הוא זה המתאים אם המוד  $P'$ .

החשפעה של שינוי ב- $t_{1,2}$  על  $\alpha$  אינה ברורה וחיא תלויה בכך האם בנקודה  $t_{1,2}$  הקצבה הריאלית המצופה גדולה או קטנה מ- $BK(0)$ .

ניתן לראות זאת בצורה 6:



בציר 6 הנחנר, כי  $1 < \alpha < 1 - \beta$ .

כאשר  $t_{1,2} < \bar{t}$  אזי גידול ב- $t_{1,2}$  יביא להגדלת החפסד המחושב ב- $t_1$  ולכן  $\alpha$  צריך לגדול ולחיפך יתקיים עבור  $t_{1,2} < \bar{t}$ .  
 הניסוח הכללי של הפיצוי המיוחד  $\alpha(t_n)$  בתקופה  $t_n$  מוגדר ע"י נוסחה (9).

$$(9) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} (\beta K(0) - \alpha(t_i)K(0) \frac{P(t_i)}{P(Z)}) e^{r(t_{n,n+1}-Z)} dZ -$$

$$- \int_{t_n}^{t_{n,n+1}} [\beta K(0) - \alpha(t_n)K(0) \frac{P(t_n)}{P(Z)}] e^{r(t_{n,n+1}-Z)} dZ = 0$$

$$t_n \leq t_{n,n+1} \leq t_{n+1} \quad \text{כאשר}$$

הביטוי הראשון הוא הגרעון המצטבר עד זמן  $t_n$  (חיובי או שלילי) והביטוי השני מגדיר את העודף (גרעון) הצפוי בהתאם לציפיות לעליית המחירים בתקופה הבאה.

בשיטה זו מחושב הפיצוי הדרוש על סמך ציפיות אינפלציוניות, ופרמטרים של מדיניות (זמני עדכון  $\beta$ ).

לפיכך רצוי להגדיר נקודת זמן כלשהי (שנה), בה ייערך חשב סופי של כל העודף (גרעון) המצטבר עד לאותו זמן, ובו יינתן פיצוי חד-פעמי שיביא לקיזוז סופי של הגרעון עד לאותו זמן. סכום זה לא ייכלל בקצבה הניתנת מאותה תקופה ואילך; לגביה ייערך חישוב שיתבסס על הציפיות האינפלציוניות מאותה נקודת זמן ואילך.

נניח עתה כי קצב האינפלציה קבוע ושונה ל- $\pi$ . כלומר, חמוד בכל נקודת זמן

יהיה:

$$(10) \quad P(Z) = \exp \int_0^Z \pi dz = e^{\pi Z}$$

כמו כן קיים: לכל  $t_i \leq Z \leq t_{i+1}$

$$(11) \quad \frac{P(t_i)}{P(Z)} = e^{\pi(t_i - Z)}$$

נניח כי  $\alpha(t_n) = \alpha$  לכל  $n$

אזי מנוסחה (9) נקבל כי סך הגרעון לאורך התקופה מתאפס אם יתקיים:

$$(12) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} (\beta - \alpha e^{\pi(t_i - Z)}) e^{r(T-Z)} dz = 0$$

מנוסחה (12) נוכל לפתור את  $\beta$  כפונקציה של  $\alpha$ , שיעור האינפלציה, שער

הריבית הריאלי והמרחק בין זמני העדכון ( $a$ ), הפתרון של  $\beta$  ניתן ע"י נוסחה (13).<sup>1</sup>

$$(13) \quad \beta = \alpha \frac{r}{r+\pi} \frac{1 - e^{-a(r+\pi)}}{1 - e^{-ar}}$$

(1) ראה הוכחה בנספח א' סעיף 2.



$$(14) \quad \alpha = \beta \frac{r+\pi}{r} \frac{1-e^{-ar}}{1-e^{-a(r+\pi)}} = \beta F(r, a, \pi) \quad -7$$

עבור קצבה ריאלית קבועה לאורך זמן ( $\beta = \beta_0$ ) מתקיים:<sup>1</sup>

$$(i) \quad \frac{\partial \alpha}{\partial \pi} = \beta_0 \frac{\partial F}{\partial \pi} > 0 \quad \text{לכל } \pi \geq 0$$

$$(ii) \quad \frac{\partial \alpha}{\partial a} = \beta_0 \frac{\partial F}{\partial a} > 0 \quad \text{לכל } \pi > 0$$

כלומר, כאשר עולה קצב האינפלציה צריך לגדול שיעור הפיצוי הנוסף, וכאשר מגדילים את טרוח הזמן שבין שני זמני עדכון עוקבים יעלה גודל הפיצוי הנוסף. מ(14) נובע כי במקרה בו אין אינפלציה ד-  $\beta = 1$  יתקיים  $\alpha = 1$ , וכאשר  $\pi > 0$  יתקיים  $\alpha > 1$ .

כמו כן, מנוסחאות (13) ו-(14)

$$(15) \quad \beta = \alpha [F(r, a, \pi)]^{-1}$$

לכן עבור  $\alpha = \alpha_0$ .

$$(i) \quad \frac{\partial \beta}{\partial \pi} = -\alpha_0 \frac{\partial F}{\partial \pi} \frac{1}{F^2} < 0 \quad \text{לכל } \pi \geq 0$$

$$(ii) \quad \frac{\partial \beta}{\partial a} = -\alpha_0 \frac{\partial F}{\partial a} \frac{1}{F^2} < 0 \quad \text{לכל } \pi > 0$$

נוסחאות (14) ו-(15) משמשות בסיס לחישובים של פרק ד' והטבלאות המפורטות מובאות בנספח.

(1) ראה הוכחה בנספח א' סעיף 3.

השיטה השנייה לעדכון קצבאות מגבילה את גובה הגרעון המצטבר, וחגבלה זו מגדירה את המועד בו מעודכנות הקצבאות. יתרונה של שיטה זו בכך שהיא מונעת ירידה גדולה בערך הריאלי של הקצבאות עקב עלייה תלולה בשיעורי האינפלציה שאינה צפויה מראש.

הגרעון המצטבר בזמן  $t$  מוגדר ע"י נוסחה (16).

$$(16) \quad C(t) = \int_0^t \left[ \beta K(0) - \frac{K(0)}{P(Z)} \right] e^{r(t-Z)} dz$$

נגדיר  $\bar{C}$  הגרעון המכסימלי האפשרי במונחי הקצבה המקורית. כלומר

$$(17) \quad \bar{C} = \frac{C(t)}{K(0)}$$

אזי מועד עדכון הקצבה הראשון ( $t_1$ ) מוגדר ע"י הנוסחה:

$$(18) \quad \int_0^{t_1} \left( \beta - \frac{1}{P(Z)} \right) e^{r(t_1-Z)} dz = \bar{C}$$

במועד עדכון הקצבה יינתן פיצוי בגודל  $\alpha(t_1)K(0)P(t_1)$  כפי שנוסח בשיטה א'.

כלומר גם בשיטה זו תלוי גובה הפיצוי הנוסף ( $\alpha$ ) בקצב האינפלציה המצופה

בתקופה הבאה, בבחירת טווח הזמן בו יכוסה הגרעון, ובפרמטרים  $\beta$  ו- $\bar{C}$ .

כללית יוגדר  $t_n$  ע"י נוסחה (19):

$$(19) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left( \beta - \frac{\alpha(t_i)P(t_i)}{P(Z)} \right) e^{r(t_n - Z)} dz = \bar{C}$$

גם לפי שיטה זו ניתן להגדיר את אורך הזמן (T) שבעבורו נרצה לאפס את סך ההפסד. כלומר, בזמן T יינתן פיצוי (מס) חד-פעמי שיביא את סך ההפסד (רווח) עד לאותה נקודת זמן לאפס.

כאשר שיעור האינפלציה קבוע ( $\Pi$ ) אזי יוגדר  $\beta$  ע"י נוסחה (18) שכן מספיקה התקופה שבין שתי נקודות העדכון לחישוב  $\beta$  הממוצע המתאים עם פרק זמן כלשהו. מנוסחה זו ניתן לפתור את  $t_1 (=a)$  לכל  $\bar{C}$  נתון וקצב אינפלציה כלשהו, ומלוח ב.1 נקבל את ה- $\beta$  המתאים עבור ערכים נתונים של  $\Pi$  ו- $\bar{C}$ . מן הראוי לציין כי בדרך כלל לא יחיה  $\beta$  קבוע בכל רמות האינפלציה, שכן בכדי לשמור על ערך ריאלי כלשהו של הקצבה לאורך זמן צריך לחיות פרק הזמן שבין זמני העדכון תלוי בשיעור האינפלציה בלבד ולא בפרמטר  $\bar{C}$ .<sup>1</sup>

#### שיטה ג'

השיטה המקובלת למניעת השחיקה בקצבאות היא זו הקובעת כי הקצבה תעודכן כאשר העלייה המצטברת במדד מגיעה לשיעור הנקבע מראש. כלומר, אם נניח כי שיעור האינפלציה הוא  $\Pi$  וניתן פיצוי כאשר היחס בין המדד למדד הבסיס מגיע ל- $\gamma$ , אזי  $\gamma$  יוגדר ע"י נוסחה (20):<sup>2</sup>

$$(20) \quad \gamma = \frac{e^{\Pi t_{i+1}}}{e^{\Pi t_i}} = e^{\Pi(t_{i+1} - t_i)} = e^{\Pi a}$$

(1) ציור 7 מראה עקומות שוות  $\beta$  בשיעורי אינפלציה שונים.

(2) העלייה המצטברת במדד היא  $\gamma - 1$ .

וללן:

$$(21) \quad a = \frac{\ln \gamma}{\pi}$$

ע"י הצבה של  $a$  בנוסחה של  $\beta$  עבור ערכים שונים של  $\gamma$  ושיעורי האינפלציה, נוכל לקבל את  $\beta$ .

לוח 9 (בפרק ד') מציג את התוצאות של הקצבה הממוצעת הריאלית בשיעורי אינפלציה שונים, ובערכים שונים של  $\gamma$ .

מובן מאליו כי ככל ש- $\gamma$  גדול יותר, אזי עבור קצב אינפלציה נתון יהיה  $a$  גדול יותר, ולכן תהיה הקצבה הריאלית הממוצעת נמוכה יותר (ראו נוסחה (ii) 15 לעיל).

לעומת זאת, עלייה בשיעור האינפלציה מקטינה את  $a$  לפי נוסחה (21) ולכן כיוון השינוי ב- $\beta$  תלוי בעצמת ההשפעות המנוגדות על  $\beta$  של העלייה באינפלציה והירידה בפרק הזמן שבין שתי תקופות העדכון.

בהיעדר פיצוי נוסף יהיה הערך הריאלי של הקצבה לאורך זמן נמוך מהקצבה הבסיסית. בפרק ב' הובאו חישובים המבוססים על נתוני קצבאות הזקנה וקצבאות ילדים לתקופה מיולי 1975 ועד מרס 1980. החישוב מבוסס על נוסחה (19), והוא מראה את ההפסד המצטבר כאחוז מהקצבה הריאלית הבסיסית ואת הקצבה הריאלית לאורך זמן כאחוז מהקצבה הבסיסית. החישוב הראשון פירושו חישוב  $C$  עבור  $\beta=1$ , ואילו השני פירושו חישוב  $\beta$  כאשר  $C=0$ , ושיטת העדכון היא זו שהיתה קיימת בפועל בתקופה זו.

**פרק ד': התחלופה בין הערך הריאלי ושיעור העדכון של קצבאות בשיעורי אינפלציה שונים**

כפי שראינו בפרקים הקודמים, עדכון קצבאות יכול להתבצע ע"י קביעה מראש של מועדי העדכון, או אלטרנטיבית ע"י קביעת גודל ההפסד (שיעור עלייה מצטברת במדד) מראש, וחוא שמגדיר את מועד העדכון.

כמו כן ניתן לעדכן במלוא ההתיקרות בתקופה הנדונה, שפירושו שמירה על קצבה ריאלית נמוכה מהקצבה הבסיסית. מתן פיצוי מעבר להתיקרות מאפשר לשמור על קצבה ריאלית גבוהה יותר.

פרק זה מציג תוצאות חישובים המבוססים על נוסחאות (14), (15) ו-(21) מפרק ג' בהנחות שונות על שיעור האינפלציה והפרמטרים האחרים הנקבעים ע"י הסדרי העדכון.

החישובים המובאים בפרק זה ובנספחים יכולים לשמש את המתכנן ואת קובעי

המדיניות בכך שהם נותנים הערכות על הערך הריאלי הממוצע של הקצבאות השונות ופירוט

אפשריים למניעת פגיעה חריפה בגמלאים. בתקופה האחרונה הוכנס תיקון בחוק הביטוח

הלאומי המשפר את שיטת העדכון של קצבאות הזקנה והשאירים וקצבת הנכות בכך שהוא

קובע מועדי עדכון תכופים יותר, ומדדי עדכון מלאים יותר. יחד עם זאת, התיקון

חינו חלקי בכך שהוא מתעלם מהחיבת המצטבר של תופעת השחיקה. פרק ה' מציג תוצאות

סימולציה של שיטת העדכון החדשה בהנחות שונות על קצב האינפלציה, ותוך כדי

התחשבות בפיגורים הקיימים באינפורמציה על השכר הממוצע. אולם, יש לצדין כי מנגנון

דומה לא קיים לגבי קצבאות הילדים ולגבי קצבאות הזקנה לאלה שאינם מקבלים הט"ס.

לגבי קבוצה זו, מציג פרק זה אלטרנטיבות שונות בהן פרק הזמן שבין מועדי העדכון

ושיעור העדכון ביחס לעלייה במדד המחירים נבחרים כך שהערך הריאלי של הקצבה יישמר.

בנוסף לכך, מציג הפרק את שיעור הפיצוי הנדרש ביחס לעלייה במדד שיבטיח

קצבה ריאלית ממוצעת בגודל נתון.

## 1. עדכון קצבאות במועדים קבועים מראש

כאשר מועדי העדכון קבועים מראש, ניתן לעדכן קצבאות בשתי צורות: (א) מעדכנים לפי מלוא העלייה במדד המחירים בתקופה הנדונה, וכתוצאה מכך נקבל ערך קצבה ריאלית לאורך זמן הנמוכה מהקצבה הבסיסית; (ב) מעוניינים לשמור על ערך קצבה ריאלית קבוע, דבר המצריך עדכון הקצבה בשיעור השונה משיעור העלייה במדד המחירים. בשני המקרים האלה הערך הריאלי שנתקבל בראשונה, ושיעור העדכון בשנייה תלויים בשיעורי האינפלציה.

נוסחה (15) דלעיל מציגה את הפתרון של הערך הריאלי של הקצבה ( $\beta$ ) כאשר היא מעודכנת במלוא העלייה ברמת המחירים, כלומר כאשר  $\alpha=1$ . ואילו נוסחה (14) הגדירה את שיעור העדכון בקצבה ( $\alpha$ ) כפונקציה של הערך הריאלי ( $\beta$ ) אותו נרצה לשמור קבוע. הפתרונות של  $\beta$  ו- $\alpha$  תלויים בשיעור האינפלציה ( $\pi$ ) ומרחק הזמן שבין מועדי עדכון עוקבים (a).

### 1.1 הערך הריאלי של הקצבה ( $\beta$ ) כאשר העדכון הוא לפי העלייה ברמת המחירים

לוח ב.1 בנספח ב' מציג את הערכים השונים של  $\beta$  עבור שיעורי אינפלציה הנעים בין 5% לבין 200% ומועדי עדכון הנעים בין חודש לבין שנה. המשמעות של ערכי  $\beta$  בתוך הלוח הוא כדלקמן:

כאשר שיעור האינפלציה השנתי הוא 5% ומעדכנים את הקצבה פעם בחצי שנה בהתאם לחתיקות אזי הערך הריאלי של הקצבה הנדונה הוא 98.8% מערכה המקורי. אם לעומת זאת, העדכון מתבצע פעם בשנה, אזי נצליח לשמור על 97.6% בלבד מהקצבה הריאלית. באופן דומה אם קצב האינפלציה מגיע ל-50% בחשבון שנתי והעדכון מתבצע פעם בששה חודשים, אזי הערך הריאלי של הקצבה יהיה 88.5% מהקצבה המקורית. אנו רואים שככל שקצב האינפלציה עולה, השחיקה היא גדולה יותר עבור מועד עדכון נתון. לדוגמא: אם מעדכנים פעם בשלושה חודשים ושיעור עליית המחירים הוא

35% בשנה מקבלים  $\beta = 0.958$ ; ואם שיעור האינפלציה הוא 110% בחשבון שנתי, אזי

$\beta = 0.875$  בלבד.

מלוח ב.1 ניתן ללמוד שכאשר עדכון הקצבה מתבצע אך ורק לפי העלייה ברמת

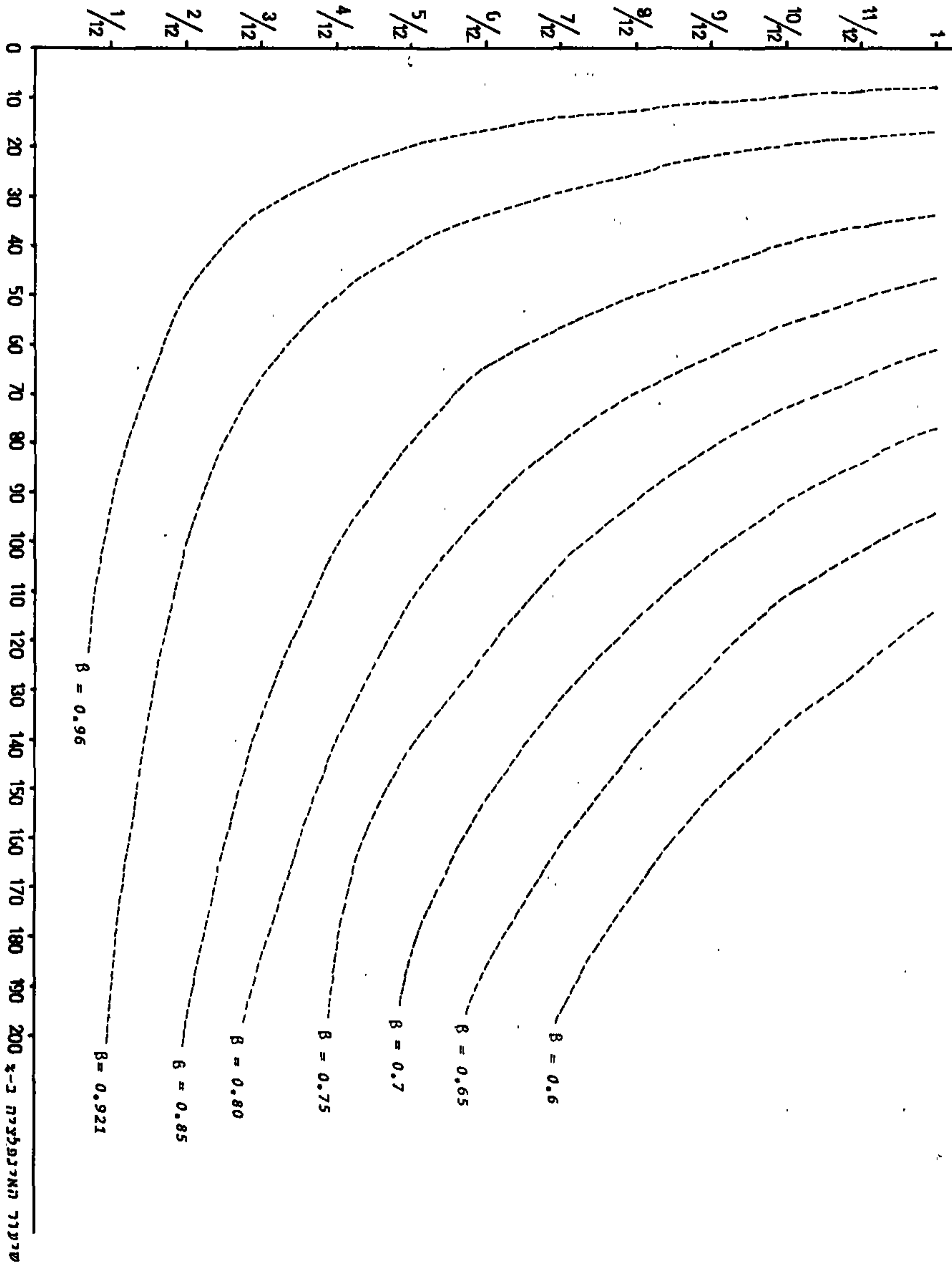
המחירים, ובפרקי זמן כלשהם (כאשר המינימום הוא פעם בחודש), אזי בכל שיעור עליית המחירים (השונה מאפס) לא נצליח לשמור על ערכה הריאלי של הקצבה הנסיסית, ותמיד תהיה שחיקה אשר תלך ותגדל ככל ששיעור האינפלציה הולך ועולה ו/או ככל שמועדי העדכון רחוקים יותר.

את הקשר בין מועדי עדכון לבין רמת המחירים ניתן לחמחיש בעזרת עקומות שוות קצבה ריאלית (עקומות שוות  $\beta$ ) המוצגות בציר 7. עקומות אלה מציגות צירופים שונים של עלייה ברמת המחירים ומועדי עדכון עבורם הערך הריאלי של הקצבה הוא קבוע.

כדי לשמור על קצבה ריאלית בשיעור של 96% מהקצבה המקורית, ניתן לעדכן פעם בחודשיים, כאשר שיעור האינפלציה הוא 50%, או פעם בחמישה חודשים אם שיעור האינפלציה הוא 20% בלבד. ככל ששיעור האינפלציה הולך ועולה דרושים עדכונים תכופים יותר על מנת לשמור על גודל קצבה ריאלי נתון.

עקומות שוות קצבה ריאלית חן קמורות כלפי הראשית ומצביעות על שיעור תחלופה עולה בין חודשי העדכון לבין קצב העלייה ברמת המחירים. תזוזה של העקומה כלפי מעלה פירושה ירידה בערך הקצבה הריאלית. קיימת מפה שלמה של עקומות שוות קצבה ריאלית, כאשר עקומה רחוקה יותר מהראשית מתאימה עם  $\beta$  נמוך יותר; כלומר ניתן לשמור על גודל קצבה ריאלית נמוך יותר אם מעדכנים במועדים רחוקים יותר עבור שיעור אינפלציה קבוע, ולהיפך. כבואנו לבדוק את מצבן של קצבאות הצמודות לשכר הממוצע, חרי שניתן להחליף את הסימון בציר ה-א בשיעור העלייה בשכר הממוצע, ואז הדיון לעיל תקף עבור קצבאות אלה.

לדוגמא אם קצבה כלשהי צמודה לשכר הממוצע ומעודכנת פעם בחצי שנה, אזי ניתן להעביר קו אופקי מהנקודה 6/12 בדיאגרמה ולראות שככל ששיעור העלייה בשכר





הממוצע הנומינלי גדול יותר, ערכה של קצבה זו נשחק בקצב גדול יותר. לדוגמא:  
אם שיעור עליית השכר הוא 122% נצליח לשמור על 75% בלבד מהקצבה המקורית לאורך  
זמן.

## 1.2 שיעור העדכון בקצבה ( $\alpha$ ) בחינתן ערך ריאלי ( $\beta$ ) קבוע

נבחן עתה כיצד צריך לבצע את העדכון בקצבה (באיזה שיעור) כאשר רוצים  
לשמור על הקצבה הריאלית בשיעור מסוים מהקצבה הבסיסית, בצירופים שונים של  
שיעורי אינפלציה ומועדי עדכון.  
נוסחה (14) דלעיל הגדירה את שיעור העדכון בקצבה ( $\alpha$ ) כפונקציה של הערך  
הריאלי ( $\beta$ ), שיעור עליית המחירים ( $\pi$ ) ומועדי עדכון ( $a$ ). המשמעות של  $\alpha$  היא זו:  
כאשר  $\alpha=1$ , העדכון מתבצע עפ"י ההתיקרות שהיתה בתקופה הנדונה; כאשר  $\alpha>1$  העדכון  
הוא גדול מההתיקרות, והיפוכו של דבר כאשר  $\alpha<1$ .  
לוח ב.2 בנספח ב' מציג את הפתרונות של  $\alpha$  עבור ערכים נבחרים של  $\beta$  (שיעור  
הקצבה הריאלית ביחס לקצבה הבסיסית), ל-3 אפשרויות של חודשי עדכון ולערכים  
שונים של קצב האינפלציה.

מלוח ב.2 ניתן לראות שכאשר מעוניינים לשמור על 75% מהקצבה הבסיסית במונחים  
ריאליים ( $\beta = 0.75$ ) והעדכון מתבצע פעם בחודשיים, אזי בשיעור אינפלציה של 5%  
בחשבון שנתי צריך לעדכן את הקצבה ב-75.3% מההתיקרות בתקופה הנדונה. אם לעומת  
זאת העדכון מתבצע פעם ב-6 חודשים, ושיעור האינפלציה הוא 150% אזי חיובים לעדכון  
את הקצבה ב-106.4% מההתיקרות עבור אותו  $\beta$ .  
ככל ש- $\beta$  גדול יותר, דהיינו הערך הריאלי של הקצבה ביחס לקצבה הבסיסית גדול  
יותר, אזי  $\alpha$  גדול יותר. למשל: עבור  $\beta=0.8$ , שיעור אינפלציה של 70% בחשבון שנתי  
והעדכון הוא כל ששה חודשים, אזי צריך לעדכן את הקצבה ב-94.7% מההתיקרות. אם  
לעומת זאת מעוניינים לשמור על ערך ריאלי של 95% ביחס לקצבה המקורית, אזי צריך

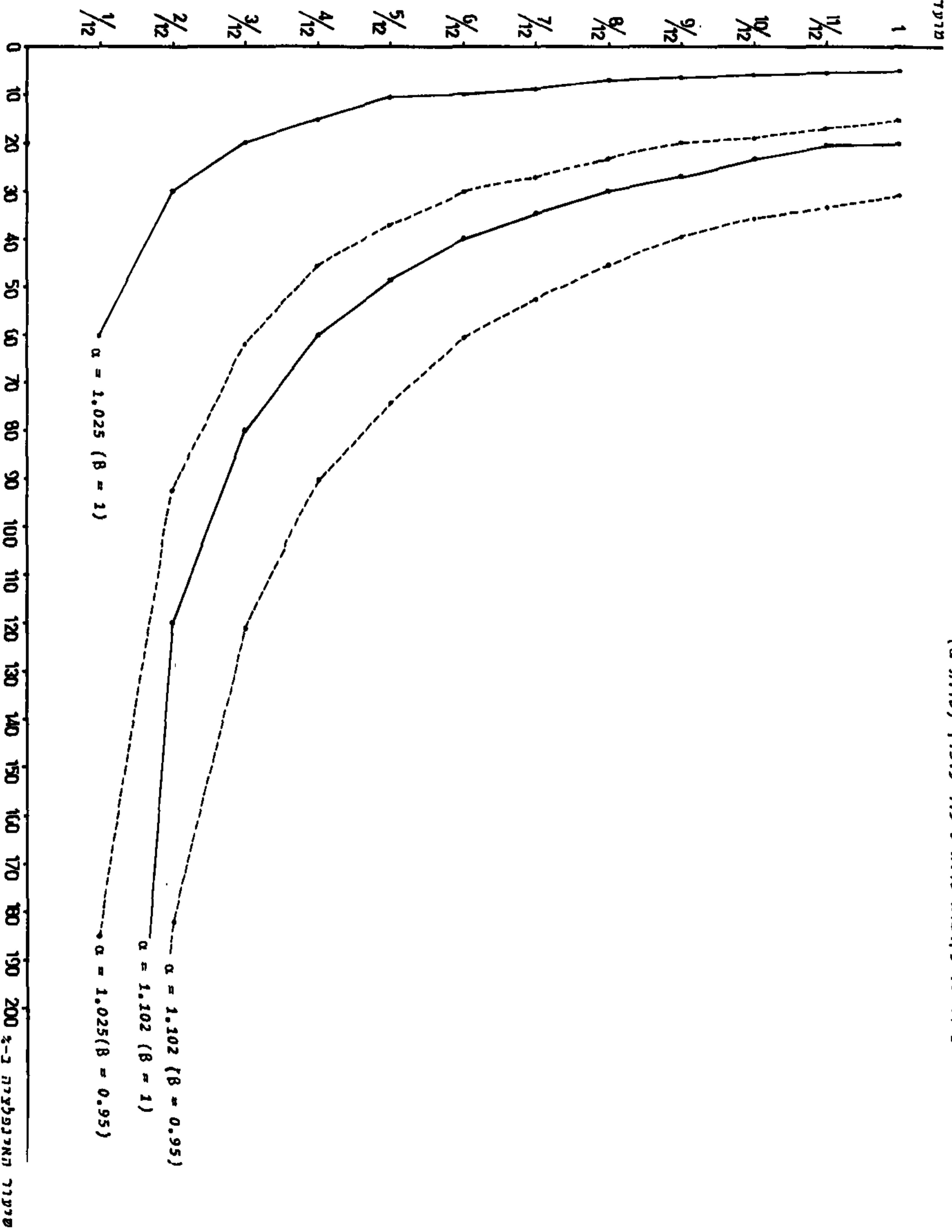
לעדכן את הקצבה ב-112.5%, כלומר לתת פיצוי מעבר להתייקרות בשיעור של 12.5%.  
הערכים של  $\alpha$  עולים ככל ששיעור עליית המחירים הולך ועולה עבור מועד עדכון  
קבוע ולהיפך, כלומר  $\alpha$  הוא פונקציה עולה של  $a$  ו- $\pi$ . את זאת ניתן לראות בכל טור  
וטור: ערכי  $\alpha$  עולים ככל ש- $\pi$  עולה. באופן דומה עבור  $\pi$  קבוע ככל שמועדי העדכון  
רחוקים יותר, ערכי  $\alpha$  עולים.

מלוח ב.2 ניתן לעבור למערכת עקומות שוות שיעור עדכון (שוות  $\alpha$ ) המוצגות  
בציור 8. בדומה לעקומות שוות ערך ריאלי שחצנו בציור 7, עקומות שוות  $\alpha$  מראות  
את כל הצירופים של שיעורי אינפלציה ומועדי עדכון אשר שומרים על שיעור עדכון  
קבוע של הקצבאות ( $\alpha$  קבוע) עבור ערך  $\beta$  נתון.

לדוגמא, עבור  $\beta=1$ , כלומר אנו שומרים על מלוא הערך הריאלי של הקצבה לאורך  
זמן, ו- $\alpha=1.025$ , דהיינו עדכון הקצבה הוא ב-102.5% מההתייקרות; מציג ציור 8  
צירופים של מועדי עדכון ושיעורי אינפלציה בהם יהיו  $\beta$  ו- $\alpha$  קבועים. אם רמת המחירים  
עולה בקצב של 10% לשנה, אזי יספיק עדכון אחת לששה חודשים. אם, לאומת זאת, רמת  
המחירים עולה ב-60% לשנה, אזי חייבים לעדכן פעם בחודש את הקצבה ב-102.5%  
מההתייקרות בחודש הנדון. כל זה מתקבל מהעקומה המסומנת  $\alpha=1.025$  (עבור  $\beta=1$ ).  
עקומות שוות  $\alpha$  הן קמורות כלפי הראשית ובעלות שיעור תחלופה עולה בין שיעורי  
עליית המחירים לבין מועדי עדכון.

קיימת מפה שלמה של עקומות שוות  $\alpha$ : כאשר עקומה גבוהה יותר מציינת ערך  $\alpha$   
גדול יותר עבור אותה  $\beta$ . כלומר ניתן לשמור על הערך הריאלי של הקצבה קבוע כאשר  
העדכון הוא במועדים רחוקים יותר אם מעדכנים בשיעור גבוה יותר מההתייקרות.  
זאת ניתן לראות בעקומה המסומנת  $\alpha=1.102$  (עבור  $\beta=1$ ): כאשר שיעור האינפלציה הוא  
60%, ניתן לעדכן כל 4 חודשים בשיעור של 110.2% מההתייקרות או כל חודש בשיעור  
102.5% מההתייקרות, בשני המקרים שומרים על אותו ערך קצבה ריאלי.  
עד כאן דנו בעקומות שוות  $\alpha$  עבור  $\beta$  קבוע. אם משנים את הערך של  $\beta$ , מקבלים  
מפה שלמה של עקומות שוות  $\alpha$  אחרות. ככל שערך הקצבה הריאלי יורד ( $\beta$  קטן יותר)

צורה 8: עקומות שדות שיעור עוצמה (שדות  $\alpha$ )



מערכת העקומות שוות  $\alpha$  זזות כלפי מעלה. לדוגמא, עבור  $\beta=0.95$  ניתן לעדכן בשיעור של 102.5% ( $\alpha=1.025$ ) בצירופים גדולים יותר של אינפלציה וזמני עדכון (עקומות מקוררות בדיאגרמה).

אנו רואים שקיימת תחלופה בין הפרמטרים השונים הקובעים את ערך הקצבה. ניתן לשמור על ערך ריאלי קבוע אם עבור אותו שיעור אינפלציה מעדכנים במועדים רחוקים יותר בשיעור גדול יותר. לחילופין עבור מועד עדכון קבוע ניתן לשמור על ערך קצבה קבוע כאשר האינפלציה עולה ע"י עדכון בשיעור גבוה יותר.

במהלך העבודה הנחנו שער ריבית ריאלי של 5% לשנה, שהוא בקירוב שער הריבית המחושב לערכי הביטוח הלאומי. שינוי שער הריבית אינו משנה מחותית את התוצאות.

שינוי שער הריבית ל-1% לשנה מראה כי כאשר  $a=1$  ו- $\pi=2$ , כלומר - כאשר עדכון הקצבאות נעשה אחת לשנה ושיעור האינפלציה הוא 200% לשנה, אזי הערך של  $\alpha$  עבור  $\beta=1$  יעלה ב-0.5 של אחוז, כאשר הערך של  $\alpha$  עבור  $a=1$ ,  $\pi=2$  ו- $\beta=1$  הוא מעל 200%. לכל  $a$  קטן יותר ו/או  $\pi$  נמוך יותר החטייה יורדת. לפיכך ניתן לחתעלם מהשפעת שער הריבית על התוצאות המובאות בפרק זה.

## 2. עדכון קצבאות במועדים משתנים

נבחן עתה את ההשפעה של שיטת עדכון קצבאות המבוססת על הצטברות העלייה במחירים לסכום הנתון מראש. שיטה זו (ראה פרק ג' שיטה ג') פירושה כי כאשר המדד עולה על גודל מסויים הקבוע מראש, מעדכנים אוטומטית לפי אותו שיעור את הקצבה. שיטה זו יכולה להיות גמישה יותר מאשר השיטה הקובעת את מועדי העדכון מראש בעיקר בתקופת אינפלציה דוהרת, מאחר שהיא מאפשרת התאמה מהירה יותר של הקצבאות ומונעת שחיקה גדולה יותר.

בהסתמך על נוסחה (20) לעיל, פתרנו את הערך הריאלי של הקצבה (β) לפי שיטה זו, לצירופים שונים של עליות מחירים (Π), והערך הקריטי של המדד המצטבר (γ); התוצאות מרוכזות בלוח 9. המשמעות של הערך γ היא כי כאשר העלייה המצטברת במדד היא 1-γ מעדכנים את הקצבה.

מלוח 9 ניתן לראות שהעלייה בשיעורי האינפלציה כמעט ואינה משנה את הערך הריאלי של הקצבה. לדוגמא, עבור אינפלציה של 5% בחשבוך שנתי והעדכון מתבצע כאשר המדד עולה על 10% אזי הערך הריאלי של הקצבה הוא 95.5% מהקצבה הבסיסית, וכאשר האינפלציה הינה בשיעור של 10% הערך הריאלי הוא 95.4% מהקצבה הבסיסית. ערך זה נשאר קבוע עד רמת אינפלציה של 200% לשנה. תופעה דומה קיימת עבור כל שיעור γ שנבחר.

ככל שהערך הקריטי שנבחר יהיה גדול יותר, הערך הריאלי של הקצבה יהיה קטן יותר בכל שיעור אינפלציה. הדבר נובע מכך שקביעת הצטברות של המדד גדולה יותר, גורמת להגדלת פרק הזמן בין העדכונים השונים, ועקב העלייה ברמת המחירים השחיקה היא גדולה יותר.

לכל ערך של γ ו-Π מתאים α מסויים, כלומר פרק הזמן שבין שתי נקודות עדכון. מלוח 9 ניתן לראות שככל שהאינפלציה עולה, תקופת העדכון (המבוטאת בחלקי שנה) הולכת ויורדת; כלומר העדכון חייב להתבצע בתקופות קרובות יותר. חשוב לציין שחחישובים נערכו במונחים רציפים, אולם כאשר מסתכלים על הבעיה במונחים חודשיים, אזי לא תמיד ניתן לשמור על אותו ערך ריאלי של קצבה. אם המדד עולה בחודש מסויים בפחות מ-10% (כאשר הערך הקריטי הינו 10%) אזי לא יתבצע עדכון בחודש זה, אולם בחודש שלאחריו העלייה המצטברת במדד עלולה לעלות על 10%, ולכן לא יישמר הערך הריאלי המתאים ל-10% בלוח 9, אלא ערך נמוך יותר, המתאים עם ערך גבוה יותר ל-γ.

לוח 9: הערך הריאלי של הקצבה (B) וטועדי העדכון<sup>1</sup> (a) לפי הערך הקריטי של המדר המצטבר (γ)

בשיעורי אינפלציה שונים (Π)

Π	γ = 5%		γ = 10%		γ = 15%		γ = 20%	
	B	a	B	a	B	a	B	a
0.05	.976	.976	.955	1,906	.935	2,795	.917	3,646
0.10	.976	.488	.954	.953	.934	1,398	.915	1,823
0.15	.976	.325	.954	.635	.934	.932	.915	1,215
0.20	.976	.244	.954	.477	.934	.699	.915	.912
0.25	.976	.195	.954	.381	.934	.559	.915	.729
0.30	.976	.163	.954	.318	.934	.466	.915	.608
0.35	.976	.139	.954	.272	.933	.399	.915	.521
0.40	.976	.122	.954	.238	.933	.349	.914	.456
0.45	.976	.108	.954	.212	.933	.311	.914	.405
0.50	.976	.096	.954	.191	.933	.280	.914	.365
0.55	.976	.089	.954	.173	.933	.254	.914	.331
0.60	.976	.081	.954	.159	.933	.233	.914	.304
0.65	.976	.075	.954	.147	.933	.215	.914	.280
0.70	.976	.070	.954	.136	.933	.200	.914	.260
0.75	.976	.065	.954	.127	.933	.186	.914	.243
0.80	.976	.061	.954	.119	.933	.175	.914	.228
0.85	.976	.057	.954	.112	.933	.164	.914	.215
0.90	.976	.054	.954	.106	.933	.155	.914	.203
0.95	.976	.051	.954	.100	.933	.147	.914	.192
1.00	.976	.049	.954	.095	.933	.140	.914	.182
1.05	.976	.046	.954	.091	.933	.133	.914	.174
1.10	.976	.044	.954	.087	.933	.127	.914	.166
1.15	.976	.042	.954	.083	.933	.122	.914	.160
1.20	.976	.041	.954	.079	.933	.116	.914	.152
1.25	.976	.039	.954	.076	.933	.112	.914	.146
1.30	.976	.037	.954	.073	.933	.108	.914	.140
1.35	.976	.036	.954	.071	.933	.104	.914	.135
1.40	.976	.035	.954	.068	.933	.100	.914	.130
1.45	.976	.034	.954	.066	.933	.096	.914	.126
1.50	.976	.033	.954	.064	.933	.093	.914	.122
1.55	.976	.031	.954	.061	.933	.090	.914	.118
1.60	.976	.030	.954	.060	.933	.087	.914	.114
1.65	.976	.030	.954	.058	.933	.085	.914	.111
1.70	.976	.029	.954	.056	.933	.082	.914	.107
1.75	.976	.028	.954	.054	.933	.080	.914	.104
1.80	.976	.027	.954	.053	.933	.078	.914	.101
1.85	.976	.026	.954	.052	.933	.076	.914	.099
1.90	.976	.026	.954	.050	.933	.074	.914	.096
1.95	.976	.025	.954	.049	.933	.072	.914	.094
2.00	.976	.024	.954	.048	.933	.070	.914	.091

(1) מבוטא בחלקי שנה

לצורך המחשת השימוש שניתן לעשות בחישובים דלעיל נתבונן בנקודת הקצבה לילדים. באפריל 1980 הערך של קצבה זו המחירי יולי 1975 הינו 82.25 ₪ בלבד למרות העלייה הנומינלית הגדולה בקצבה בחודש אפריל שמקורה בעדכון הקצבה במלוא שיעור העלייה במדד המחירים לצרכן. עובדה זו מקורה בכך שגודלה של נקודת הקצבה באפריל 1980 נקבע לפי היחס שבין המדד הממוצע לחודשים דצמבר 1979, ינואר ופברואר 1980, ביחס למדד הממוצע לחודשים אפריל/מאי/יוני/1975, ולפי הקצבה המקורית ביולי 1975. לפיכך נקודת הקצבה באפריל 1980 במונחי מדד זה זהה בערכה הריאלי לקצבה מיולי 1975 במונחי מדד הבסיס.

אולם רמת המחירים באפריל, שהוא חודש בו הועלה ערכה הנומינלי של הקצבה שונה לחלוטין מהרמה הממוצעת לחודשים דצמבר/ינואר/פברואר/ שקדמו לו, ואילו המדד של יולי 1975 גבוה בכאחוז אחד בלבד ממדד הבסיס. כפי שראינו בפרק הקודם, יורד  $\beta$  עם העלייה בקצב האינפלציה, ועלייה זו מתבטאת בירידה הדרסטית בקצבה הריאלית בתקופה האחרונה. כאשר שיעור האינפלציה הוא ברמה של 100% לשנה, עדכון הקצבה הינו אחת לששה חודשים ובמלוא העלייה במדד תהיה הקצבה הממוצעת 79% מהקצבה המקורית, כפי שניתן לראות בלוח ב.1. אולם קצבת הבסיס הינה רק 82.25 ₪ במחירי יולי 1975. לפיכך תהיה הקצבה הממוצעת בשנת התקציב 1980/81 רק 65 ₪ בהשוואה לקצבה של 100 ₪ ביולי 1975, בהנחה של שיעור אינפלציה של כ-100% לשנה זו. מאחר שזוהי הקצבה הממוצעת חרי ייתכן שבחודשים שלפני העדכון תרד הקצבה לפחות מחצי מערכה המקורי במונחים ריאליים. קיצור פרק הזמן שבין עדכון אחד למשנהו לכדי שלושה חדשים יעלה את הערך הריאלי הממוצע במחירי יולי 1975 (בהנחה של שיעור אינפלציה שנתי של 100%) לכדי 72.3 ₪.

כאשר נקבעו הסדרי ההצמדה והעדכון של קצבאות הילדים היה שיעור האינפלציה הממוצע כ-20% לשנה. בשיעור אינפלציה כזה וכאשר עדכון הקצבה הינו אחת לששה חודשים תהיה הקצבה הממוצעת ( $\beta$ ) 95% מהקצבה המקורית. לפיכך, קיים פער גדול ביותר בין

מה שצפוי להיות הקצבה הממוצעת לשנת התקציב 1980/81 וזו שעמדה ביסוד מערכת  
העדכון כפי שנקבעה בדולי 1975. פער זה יכול להיסגר רק באמצעות פיצוי ניכר  
מעבר לשיעור העלייה במדד המחירים לצרכן, ופיצוי כזה ניתן לחישוב מתוך לוח ב.2.  
מן הראוי לציין כי לקצבאות הילדים תפקיד מרכזי במערכת הבטחת ההכנסה  
וצמצום העוני בישראל, ולפיכך לשחיקה הניכרת בקצבאות השפעה חזקה על ציבור  
הגמלאים שחלקו הגדול נמנה עם השכבות הפגיעות בחברה.  
הדיון הארוך במקצת בדוגמא שהובאה לעיל על נקודת הקצבה לילדים ממחיש את  
השפעה הגדולה שיש לאינפלציה על הקצבה הריאלית הממוצעת ומצביע על הצורך לקחת  
בחשבון עובדה זו בתכנון מערכת התמיכות והבטחת ההכנסה כמו גם בחישובים אקטואריים  
שונים של ענפי הביטוח. לפיכך, לחישובים המובאים לעיל יכולה להיות תועלת מבחינת  
חיזוי וקביעתה של מדיניות הרווחה.



## פרק ה': שיטות לעדכון קצבאות - סימולציה

### 1. כללי

הדיון בפרקים הקודמים התרכז בבחינת ההשפעה שהיתה לאינפלציה בעבר על הערך הריאלי הממוצע של קצבאות המוסד לביטוח לאומי לאורך זמן, והצביע על אפשרויות לחקטנת פגיעתה של האינפלציה בגמלאים. ראינו כי ע"י שינויים בפרק הזמן שבין עדכון אחד למשנהו ובשיעור העדכון ביחס לקצב האינפלציה ניתן לשמור על ערך ריאלי כלשהו של קצבה ממוצעת לאורך זמן.

כפי שראינו, החישובים של פרק ד' יכולים לשמש גם לקביעת תחזית הקצבה בעתיד הקרוב. באם ידוע לנו הערך הריאלי של הקצבה בהווה, הרי תחזית האינפלציה בעתיד תתן לנו את הערך הריאלי הממוצע במונחי קצבת בסיס כלשהו.

מבחינת קובעי המדיניות יתכן ועדיף לנסח שיטת עדכון "קשוחה למחצה" שכן לחצים שונים, ופיגורים בתהליך קבלת החלטות יכולים למנוע התאמה גמישה של נוסחת העדכון כאשר משתנה קצב האינפלציה, ועדיף יהיה מבחינתם של הגמלאים השימוש בנוסחת עדכון אוטומטית. הסעיף השני בפרק ד' מראה מהי השחיקה בנוסחה "קשוחה למחצה", ואמנם, ניתן לראות כי לפחות בתקופה האחרונה עדיף היה מבחינת מקבלי הגמלאות שימוש בשיטה מסוג זה.

מבחינת קביעת המדיניות הדיון בשלושת הפרקים הראשונים לוקה בכך שאינו לוקה בחשבון באופן מפורש את הפיגורים באינפורמציה על מדדי השכר והמחירים המשמשים כבסיס לקביעת גודלן של הקצבאות השונות.

מבחינת מדד המחירים הפיגור קצר יחסית, ולכן ניתן בקלות למצוא נוסחה שתפצה את מקבלי קצבאות חילדים על השחיקה בהכנסתם הנובעת מאינפלציה מהירה ומהשינויים בקצב האינפלציה. הפיגור באינפורמציה על השכר הממוצע ארוך יותר, ולכן בעיית עדכון קצבאות הצמודות לשכר הממוצע הינה קשה יותר.

העלייה הניכרת בשיעורי האינפלציה בשנים האחרונות עוררה את הצורך לשנות את הסדרי העדכון של קצבאות המוסד לביטוח לאומי, שכן אלה נקבעו בתקופה של עליות מחירים נמוכות בהרבה. לצורך זה הוקמה ועדה שבחנה הסדרי עדכון אפשריים שונים והמליצה על שינויים שאומצו בחקיקה לקראת אפריל 1980.

דו"ח הוועדה לבחינת שיטות עדכון רמת גמלאות המוסד לביטוח לאומי<sup>1</sup> (1979) התרכז בקצבאות צמודות שכר, והתייחס לקצבאות הילדים כחלק במערכת מס ההכנסה. לפיכך יחולו על גמלאות אלה הכללים הנהוגים לגבי מערכת המס. אולם, קביעה כזו מתעלמת מהתפקיד המרכזי שיש לקצבאות הילדים במערכת הבטחת ההכנסה בישראל ומהשחיקה הגדולה וההפסדים הניכרים שנגרמו למקבלי קצבאות אלה בשנים האחרונות, ואלה הצפויים בתקופה הקרובה, בהיעדר שינוי דרסטי בשיטת עדכון קצבאות אלה.

בתקופה האחרונה אומצו המלצות הדו"ח ונקבעו כללי עדכון חדשים שיש בהם כדי לפצות חלקית את מקבלי גמלאות זקנה ושאיירים ונכות כללית על ההפסד שמקורו באינפלציה. הכעיה העיקרית שעמדה בפני הוועדה הינה זו הנובעת מפער הזמן שבין הנתונים על השכר הממוצע ומועד עדכון קצבאות המוסד לביטוח לאומי. המחוקק אימץ את דעת הרוב בוועדה, אולם יש עניין בבדיקת ההשפעה שיכולה היתה להיות לשיטת העדכון שהוצעה ע"י המיעוט.

בדו"ח עצמו ניתן למצוא נתונים על הקצבאות שהיו ניתנות בפועל אילו היו נהוגים בשנים האחרונות הכללים שהוצעו ע"י הוועדה. אולם, השוואת הערך הריאלי של הקצבאות לפי שתי השיטות לתקופה זו תתן תשובה חלקית ליתרונותיה של שיטה אחת על השנייה משום שנתונים אלה נכונים לניסיון הסטורי ספציפי.

פרק זה בוחן את התוצאות, מבחינת הקצבה הריאלית הממוצעת, של שתי השיטות המוצעות ע"י הוועדה<sup>2</sup> בהנחות שונות על שיעורי האינפלציה והסכמי תוספת היוקר.

(1) להלן: "הוועדה".  
(2) להלן: שיטות א' ו-ב'.

בדו"ח הוועדה מוצעות דרכים לעדכון קצבאות הצמודות לשכר הממוצע. לפיכך יש צורך בבניית מודל המתאר את התפתחות השכר הממוצע המשמש כבסיס לחישוב הגמלאות, לצורך בחינת יעילותן היחסית של שיטות עדכון שונות.

ניתן לבדוק את היעילות של שיטות העדכון בשתי דרכים אלטרנטיביות: הדרך הראשונה חוזרת על התהליך ההסטורי תוך כדי סימולציה של שיטות העדכון החדשות. בדרך זו נבחן את התפתחות השכר הממוצע למשרת שכיר, ורמת האינפלציה בשנים האחרונות ונחשב מה צריך היה להיות גובה הקצבאות בחתום לשיטות העדכון המוצעות ע"י הוועדה, ומכאן, מהו הערך הריאלי של הקצבאות אשר נשמר בשיטות אלה לאורך זמן.<sup>1</sup>

חישוב כזה לוקח כנתון נסיון הסטורי ספציפי, רמת שכר ואינפלציה כפי שהיה בפועל בעבר. לפיכך השימוש במסקנותיו מוגבל, מאחר שקשה להניח כי אותו ניסיון יחזור על עצמו במדויק בעתיד. מאידך יש לחישוב כזה יתרון בכך שאין הוא מחייב עריכת תחזיות לגבי אותם המשתנים שהאינפורמציה עליהם דרושה לצורך בדיקת יעילותן היחסית של השיטות השונות.

הדרך השנייה לבדיקת יעילות שיטות העדכון הינה בעזרת תחזית של המשתנים הרלוונטיים לחישוב, דהיינו, השכר הממוצע למשרת שכיר ורמת המחירים, וביסוס החישובים על תחזיות אלה. יתרונה העיקרי של גישה זו הינו בכך שהיא מאפשרת לבחון אלטרנטיבות שונות של שכר ואינפלציה ולפיכך אינה מוגבלת לנסיון הסטורי ספציפי. הגישה בעבודתנו היא זו המתבססת על תחזיות של התפלגות השכר הממוצע ורמת האינפלציה, ובמסגרת תחזיות אלה נערכת סימולציה על הערך הריאלי של הקצבאות בשיטות הנדונות. המודל מתבסס על משוואה אשר מתארת את שיעור השינוי בשכר הממוצע הריאלי למשרת שכיר ועל התפלגות השאריות;<sup>2</sup>

(1) בלוח 3 של נספח מס' 2 בדו"ח הוועדה מוצגת השוואה בין רמת הקצבאות כפי ששולמו בפועל בשנים 76-79 לבין רמת הקצבאות שהיו צריכים לשלם באותה תקופה לפי שיטות א' ו-ב'. בהשוואה זו יש עדיפות ברורה ברמת הקצבאות בשיטות החדשות לעומת השיטה שחיתה נהוגה בפועל.

(2) דיון קצר על המודל מובא בנספח ג'.

$$(22) \quad \dot{W}_{it} = \alpha_i + \varepsilon_{it}$$

כאשר:  $\dot{W}_{it}$  - שיעור השינוי בשכר הממוצע הריאלי למשרת שכיר בחודש  $i$  בתקופה  $t$   
 $\alpha_i$  - קבוע הרגרסיה לחודש  $i$   
 $\varepsilon_{it}$  - השארית בחודש  $i$  ותקופה  $t$

כמו כן השאריות מתפלגות נורמלי עם ממוצע אפס ושונות  $(\sigma_i^2)$  השונה לכל חודש, כלומר

$$(23) \quad \varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_i^2)$$

המודל הנ"ל נאמד ע"ס תצפיות על שיעור השינוי בשכר הממוצע למשרת שכיר בשנים 1962-1979, והתוצאות שמשו לקבלת סדרת שכר ריאלי ממוצע למשרת שכיר לכל חודש בעזרת משוואה (24).

$$(24) \quad W_{it} = W_{(i-1)t} (1 + \dot{W}_{it})$$

משוואה זו היא למעשה זהות אשר מגדירה את השכר הממוצע לחודש  $i$  בשכר הממוצע לחודש הקודם פלוס השינוי בשכר בחודש הנדון.

לצורך הסימולציה בנינו סדרות שונות של שכר: הצבנו את (22) ב-(24) והשתמשנו בתכונות השארית (23) לקבלת הסדרות השונות. כלומר יצרנו בעזרת תכניות מחשב סדרת מספרים מקריים בלתי תלויים. מהתפלגות נורמלית עם תוחלת אפס ושונות  $\sigma_i^2$ .

הערך של החודש הראשון נקבע שרירותית להיות 1 ולאחר מכן, לפי השיטה הנ"ל, יצרנו סדרה של שיעורי שינוי בשכר ל-18 חודשים, כלומר סדרה של שנה וחצי של שכר ממוצע ריאלי למשרת שכיר, כאשר החודש הראשון של הסדרה הינו ספטמבר. על התהליך הנ"ל חזרנו 40 פעם. בצורה זו בנינו 40 סדרות אלטרנטיביות של שכר ריאלי ממוצע המשמשות כבסיס לסימולציה של הקצבאות ושיטות העדכון (כבסיס להשוואת השיטות משמשים הממוצעים על פני כל האלטרנטיבות כאשר מובאות גם סטיות התקן המתאימות לכל ממוצע).

בעת בניית המודל (כפי שמוסבר בנספח ג') התעורר הצורך לחלק את התקופה כולה לשתי תקופות משנה המתחייבות מהשוני בשיעור האינפלציה (וקצב השינוי בשיעור האינפלציה) אשר שרר במשק, והשוני בשיעור השינוי בשכר הריאלי הממוצע למשרת שכיר. התקופה הראשונה היא זו המייצגת את כל שנות ה-60 וראשית שנות ה-70 בה שיעורי האינפלציה היו נמוכים (פחות מ-20% לשנה) והתנודות בקצבי האינפלציה היו נמוכות. (להלן סדרת שכר א').

התקופה השנייה מייצגת את רוב שנות ה-70 בהן שיעורי האינפלציה היו גבוהים יותר והתנודות בהן חריפות יותר (להלן סדרת שכר ב').

כתוצאה מכך יש לנו למעשה 40 סדרות של שכר ממוצע לכל תקופה כנ"ל, ואנו בוחנים בנפרד אלטרנטיבות שונות לגבי כל תקופה.

לבסוף נציין שבסדרות השכר הממוצע הריאלי למשרת שכיר שיעור הגידול השנתי

הממוצע על פני כל האלטרנטיבות הוא 4.2% בתקופה הראשונה, ו-3.3% בתקופה השנייה.

המעבר מסדרות של שכר ריאלי לשכר נומינלי מתבצע ע"י הוספת שיעור אינפלציה

שנתי קבוע לסדרת השכר הריאלי.

### 3. תאור שיטות העדכון

המודל שהצגנו בסעיף הקודם מהווה בסיס לסימולציה של שיטות העדכון כפי שהומלצו ע"י הוועדה.

נתאר ראשית את שיטות העדכון, ולאחר מכן נדון בבעיות הקשורות בשימוש בהן.

#### שיטה א'

1. מדי חודש מחושב השכר הממוצע למשרת שכיר לשלושת החודשים האחרונים לגביחם קיימת אינפורמציה זו.

2. הפיגור בזמן שבין החודשים הנ"ל לבין חודש התשלום ייסגר חלקית על בסיס השינויים במדד המחירים לצרכן הממוצע לאותם חודשים, והחודש האחרון לגביו קיימת אינפורמציה על המדד.

3. השכר הממוצע שחושב כנ"ל המעודכן לפי העלייה במדד המחירים לצרכן הוא השכר הקובע לצורך חישוב הקצבה שהינה באחוז נתון מהשכר הקובע. הקצבאות תעודכנה בכל פעם שהחישוב הנ"ל יראה שינוי בקצבאות של 10% לפחות.

פורמלית ניתן לנסח שיטה זו באופן הבא:<sup>1</sup>

יהי:  $K_n$  = השכר הקובע לחודש n (n = חודש התשלום)

$W_i$  = שכר ממוצע למשרת שכיר בחודש i

$Y_i$  = מדד המחירים לצרכן לחודש i

$t$  = החודש האחרון לגביו קיימת אינפורמציה על השכר הממוצע למשרת

שכיר

(1) עמ' 13 בדו"ח הוועדה.

$$(25) \quad K_n = \frac{1}{3} (W_{t-2} + W_{t-1} + W_t) \frac{y_{n-2}}{\frac{1}{3}(y_{t-2} + y_{t-1} + y_t)}$$

ואילו מכלל 3 נובע כי יהיה שינוי בקצבה כאשר מתקיים:

$$(26) \quad \frac{K_n}{K_{n-1}} > 1.10$$

לפיכך הקצבה בחודש ( $A_n$ ) תהיה:

$$(27) \quad A_n = \begin{cases} aK_{n-1} & K_n < K_{n-1} \cdot 1.1 \\ aK_n & K_n > 1.1 K_{n-1} \end{cases}$$

כאשר  $a$  הוא הפרופורציה (הקבועה בחוק) של הקצבה מהשכר הממוצע לפי חוק.

שיטה ב'

1. באפריל בכל שנה ובכל מועד בו משתלמת תוספת יוקר לעובדים השכירים במשק יעודכנו הקצבאות.
2. במועדים אלה יחושב השכר הממוצע למשרת שכיר כמו בשיטה א'.
3. הפיגור בזמן שבין החודשים הנ"ל לבין חודש התשלום ייסגר חלקית ע"י הגדלת השכר הממוצע כמוגדר לעיל בשיעורי תוספת היוקר אשר ניתנו לאחר החודשים הנ"ל ועד לאחד בחודש התשלום (ועד בכלל).

4. אם תחול עלייה של 10% ומעלה במדד המחירים הידוע לעומת המדד הממוצע לפיו חושבה תוסה"י האחרונה, ועדיין לא נתנה תוס"י חדשה, יוגדלו בחודש שלאחריו הקצבאות שנועדו להבטיח מינימום קיום, בשיעור המתייחס לתוספת הנ"ל במדד, כמו שיעור תוסה"י האחרונה, ותשלום זה ישמש כמקדמה שלא תוחזר.

פורמלית ניתן לנסח שיטה זו בעזרת הנוסחה הבאה:

$$(28) \quad K_n = \left[ \frac{1}{3} \sum_{i=0}^2 W_{t-1} \right] \prod_{t < j < n} (1 + C_j)$$

כאשר  $K_n$  = השכר הקובע לקצבאות רגילות  
 $W_{t-i}$  = השכר לחודש  $t-i$   
 $C_j$  = שיעור תוסה"י הניתנת בחודש  $j$

בין המועדים שבחם חלים שינויים בתוסה"י יהיה העדכון לקבוצות הנתמכות

תלוי בשכר הקובע ( $K$ ) המוגדר ע"י נוסחה (29):

$$(29) \quad K'_n = K_{n-1} (1 + C_m) \frac{Y_{n-2}}{\frac{1}{3}(Y_{m-4} + Y_{m-3} + Y_{m-2})} - 1$$

כאשר  $C_m$  הינו שיעור התשלום של תוסה"י האחרונה.

$$(30) \quad \frac{Y_{n-2}}{\frac{1}{3} \sum_{i=2}^4 Y_{m-i}} > 1.1 \quad \text{ומתקיים}$$

גובה הקצבה מוגדר ע"י הנוסחה הקובעת את היחס בין השכר הקובע והקצבה כפי

שהוגדר ע"י החוק (ראה גם נוסחה (27)).



מן הראוי להדגיש שבעיית הפיגור באינפורמציה באה לידי ביטוי הן בנוסחאות דלעיל, והן במסגרת הסימולציה. השכר הממוצע למשרת שכיר מתפרסם באיחור של כ-4 חודשים ואילו מדד המחירים לצרכן באיחור של חודש.

האינפורמציה הידועה בחודש בו מחליטים לעדכן את הקצבאות היא הרלבנטית לחודש שלאחריו בו משולמות הקצבאות החדשיות. לפיכך אם חודש עדכון הקצבאות מסומן ב- $t$  אזי בנוסחה (25) דלעיל  $t-5$  , ואילו מדד המחירים האחרון הידוע לגבי קצבאות אלו הינו המדד בפיגור של חדשים.

במסגרת הסימולציה נתרכז בשיטות עדכון א' ו-ב' כפי שהוצגו לעיל כאשר שיטה ב' תוצג בכמה אלטרנטיבות הקשורות למועד תשלום תוספת היוקר ושיעור. האלטרנטיבות של שיטה ב' יהיו כדלקמן: 2 צורות שונות של מועדי תשלום תוספת היוקר, הראשונה לפיה משולמת תוספת של כל שלושה חודשים, והשנייה לפיה היא משולמת בכל שישה חודשים. כמו כן תיבחן האפשרות שתוספת היוקר היא בשיעור של 70%, 80%, 90% ו-100% מחחתיקות בתקופה הנדונה. שיעורי אינפלציה שנתיים חנעיים בין 10% ל-150% בהפרשים של 10%, יהיו הפרמטר הנוסף אשר יקבע את רמת השכר הנומינלי ולכן את רמת הקצבאות.

#### 4. הערך הריאלי הממוצע של הקצבאות

בבואנו להשוות את היעילות היחסית של שיטות עדכון שונות אין משמעות להשוואת השחיקה בחודש מסויים בקצבאות המחושבות בשיטות שונות, שכן בחלק מהחודשים תהיה הקצבה המחושבת בשיטה אחת גבוהה מזו המחושבת לפי שיטה אחרת, ויחס זה יכול שיתחפך בחודשים אחרים.

לפי שיטה ב' משתנה הקצבה ללא הט"ס כאשר ניתנת תוספת יוקר. אנו בוחנים שתי אלטרנטיבות. באחת ניתנת תוספת יוקר כל שלושה חודשים (שיטה ב.1) ובשנייה כל ששה חודשים (שיטה ב.2). ניתן להוכיח כי בחודש בו ניתנת תוספת יוקר לפי שתי

השיטות (אפריל ואוקטובר), יהיה השכר הקובע לפי שיטה ב.2 גבוה מאשר לפי שיטה ב.1.<sup>1</sup> לפיכך תהיה הקצבה המחושבת לפי אלטרנטיבה זו גבוהה גם בחודשים הבאים מזו המחושבת לפי השכר המתאים עם שיטה ב.1. לעומת זאת, לאחר שלושה חודשים ניתנת תוספת יוקר בשיטה ב.1, ולכן היחס בין גובה הקצבאות לפי שתי השיטות קרוב לוודאי שיתהפך עקב העלייה בשכר הנובעת מתוספת היוקר, וכך עקב קידום בסיס השכר הידוע בשלושה חודשים נוספים. לפי שיטה א' מקודם השכר בשיעור ההתיקרות של כארבעה חודשים. לכן השכר הקובע לפי שיטה זו יהיה נמוך מאשר השכר לפי שיטה ב.2 כאשר שיעור תוספת היוקר הינה של 100%, אולם, כאשר שיעור תוספת היוקר יורד, אזי ייתכן ופיצוי מוקטן על אינפלציה של ששה חודשים יהיה קטן מאשר פיצוי מלא על ארבעה חודשים, כאשר היחס ביניהם תלוי כמובן בשיעור תוספת היוקר ובקצב האינפלציה. לפיכך יתכן שהשכר הקובע באפריל לפי שיטה א' יהיה גבוה מזה שלפי שיטה ב.2.

שינוי הקצבה לפי שיטה א' אינו בתאריכים קבועים, אלא הוא פונקציה של קצב האינפלציה וקצב שינוי השכר. לפיכך יתכן שבחלק מהחודשים תהיה הקצבה המחושבת לפי שיטה א' גבוהה מזו המחושבת לפי שיטה ב' בשתי האלטרנטיבות, או אחת מהן, והיחס ביניהן ישתנה בחודשים אחרים. מסיבות אלה יש לכן טעם והגיון בהשוואת שיטות העדכון השונות רק אם משווים את הקצבה הממוצעת לאורך זמן בשיטות אלה. לוח 10 מציג את הערך הריאלי הממוצע של קצבאות הזקנה לפי סדרת שכר א' ובהנחות שונות על מועדי העדכון ושיעור האינפלציה. ערך זה מחושב לפי היחס בין השכר לפי חוק בכל חודש בכל אחת מהשיטות והשכר למעשה באותו חודש, שבפועל הינו ידוע רק לאחר מספר חודשים. מעיון בטבלה ניתן לראות כי גם כאשר תוספת היוקר הינה חלקית בלבד, הקטנת משך הזמן שבין עדכון אחד למשנהו מעלה את הערך הריאלי של קצבה. כלומר, על אף שבחודשים אפריל, מאי ויוני, וכך בחודשים אוקטובר, נובמבר ודצמבר הקצבה לפי שיטה ב.2 גבוהה מאשר לפי שיטה ב.1, אזי הפיצוי הנוסף בחודשים האחרים

(1) הוכחה בנספח א, סעיף 4.

לוח 10: שיעור הקצנה הרגאלית המתועה באלטרנטיבה שונות של שיעור אינפלציה נגיפה ושינוי נדון (סדרה ש"א)

שיעור אינפלציה נדון (באחוזים)	שיעור 'א'	70% שיעור תוספת הירוק		80% שיעור תוספת הירוק		90% שיעור תוספת הירוק		100% שיעור תוספת הירוק								
		כל 6 חודשים		כל 6 חודשים		כל 6 חודשים		כל 6 חודשים								
		קצנה עם	קצנה ב"ט	קצנה עם	קצנה ב"ט	קצנה עם	קצנה ב"ט	קצנה עם	קצנה ב"ט							
20	.9430	.9390	.9443	.9443	.9435	.9435	.9487	.9487	.9479	.9479	.9532	.9532	.9523	.9523	.9577	.9577
20	.9201	.9046	.9190	.9190	.9127	.9127	.9274	.9274	.9208	.9208	.9357	.9357	.9289	.9289	.9441	.9441
30	.9027	.8746	.8967	.8967	.8857	.9114	.9083	.9083	.8969	.9261	.9200	.9200	.9081	.9410	.9318	.9318
40	.8917	.8480	.8813	.8766	.8617	.9005	.8911	.8911	.8755	.9198	.9058	.9058	.8893	.9393	.9206	.9206
50	.8810	.8222	.8735	.8584	.8402	.8977	.8756	.8995	.8562	.9223	.8929	.9203	.8722	.9472	.9103	.9114
60	.8712	.8029	.8586	.8419	.8208	.8861	.8614	.8887	.8388	.9140	.8810	.9124	.8567	.9423	.9009	.9366
70	.8636	.7835	.8451	.8266	.8032	.8755	.8483	.8787	.8228	.9064	.8701	.9052	.8424	.9378	.8921	.9321
80	.8561	.7659	.8467	.8129	.8508	.8787	.8363	.8808	.8081	.9190	.8599	.9114	.8293	.9563	.8839	.9427
90	.8485	.7496	.8364	.8001	.8408	.8748	.8251	.8731	.7946	.9140	.8505	.9062	.8171	.9543	.8763	.9401
100	.8427	.7349	.8268	.7882	.8316	.8758	.8147	.8660	.7821	.9095	.8417	.9013	.8057	.9524	.8692	.9375
110	.8357	.7212	.8179	.7770	.8229	.8748	.8609	.8593	.7704	.9052	.8335	.8967	.7951	.9506	.8624	.9351
120	.8288	.7084	.8096	.7666	.8148	.87340	.8547	.8530	.7596	.9011	.8257	.8924	.7851	.9489	.8561	.9329
130	.8223	.6965	.8019	.7569	.8072	.87229	.8489	.8471	.7494	.8973	.8184	.8983	.7758	.9473	.8501	.9307
140	.8171	.6854	.7946	.7477	.8000	.87126	.8434	.8415	.7398	.8938	.8115	.8844	.7670	.9457	.8444	.9286
150	.8120	.6750	.7878	.7391	.7932	.87029	.8382	.8362	.7308	.8904	.8049	.8807	.7586	.9443	.8389	.9267

מביא לכך כי מבחינת מקבלי קצבאות הזקנה הבסיסיות עדיף יהיה עדכון בכל שלושה חודשים.

ההסדרים המיוחדים הנהוגים לגבי מקבלי ההטבה הסוציאלית יהיו אפקטיביים רק בשיעורי אינפלציה גבוהים למדי. כך למשל, כאשר נהוגה שיטה ב.1, אזי פיצויים נוספים יהיו רק כאשר שיעור האינפלציה השנתי יעלה על 50%, ולכן יהיו ה-8-ות זהות להם ולא לה שאינם מקבלים הטבה סוציאלית בשיעורי אינפלציה נמוכים יותר. מלוח 10 נובע גם כי שיטה א' עדיפה<sup>1</sup> על שיטה ב' בכל שיעור אינפלציה כאשר שיעור תוספת היוקר הינו 70% פרט למקרה בו קצב האינפלציה נמוך מ-10% לשנה והעדכון הינו בכל שלושה חודשים. כאשר עולה שיעור תוספת היוקר ל-80%, אזי הדירוג אינו חד-משמעי.

מבחינת הקצבה הבסיסית עדיפה שיטה ב.2 על א' באינפלציה הנמוכה מ-10% לשנה, ואילו ב.1 עדיפה על א' כאשר קצב האינפלציה נמוך מ-30% לשנה. מבחינתם של מקבלי ההטבה הסוציאלית עדיפה שיטה ב' בכל שיעור אינפלציה כאשר שיעור תוספת היוקר שווה או גבוה מ-80% של עליית המחירים. כאשר עולה שיעור תוספת היוקר יגדל התחום בו עדיפה שיטה ב' על א'. כך למשל, כאשר עולה שיעור תוספת היוקר ל-90% מעלית המחירים, אזי מבחינת מקבלי קצבת זקנה בסיסית עדיף יהיה לנקוט בשיטה ב.2 בשיעורי אינפלציה הנמוכים מ-20% לשנה בהשוואה ל-10% כאשר שיעור תוספת היוקר הינו רק 80%, ואילו שיטה ב.1 עדיפה על א' בשיעורי אינפלציה הנמוכים מ-90%. תופעה בולטת בלוח היא ירידת שיעור הקצבה הריאלית הממוצעת אם העלייה בשיעור האינפלציה והיא קדימת לגבי שיטה א' ושיטות ב.1 ו-ב.2 לגבי מקבלי הקצבה הבסיסית ללא הט"ס.

לעומת זאת עלולה עלייה בשיעור האינפלציה להביא לעלייה בקצבה הריאלית לגבי מקבלי הט"ס. תופעה זו נובעת מאי הרציפות בסדרות השכר והקצבאות. מאחר שהקצבה ניתנת אחת לחודש, והיא מעודכנת כאשר האינפלציה המצטברת ממועד העדכון

---

(1) עדיפה מבחינת מקבלי הגמלאות.

לוח 11 : טענות הקשר הרגולטורית המפורטת באלטרנטיבות שונות של שיעור אינפלציה שנתית ושיעור עבודה (טור שטר מ'א)

שיעור אינפלציה שנתית (ב-1970)	שיעור שטר מ'א	70% שיעור הוצפת הריבית		50% שיעור הוצפת הריבית		30% שיעור הוצפת הריבית		100% שיעור הוצפת הריבית					
		כל 6 חודשים		כל 3 חודשים		כל 6 חודשים		כל 3 חודשים					
		קצבה עם הט"ס	קצבה עם הט"ס	קצבה עם הט"ס	קצבה עם הט"ס	קצבה עם הט"ס	קצבה עם הט"ס	קצבה עם הט"ס	קצבה עם הט"ס				
10	.0523	.0591	.0486	.0486	.0594	.0488	.0488	.0597	.0491	.0491	.0600	.0493	.0493
20	.0440	.0569	.0473	.0473	.0574	.0477	.0477	.0579	.0481	.0481	.0584	.0485	.0485
30	.0406	.0549	.0461	.0461	.0556	.0467	.0467	.0563	.0473	.0473	.0570	.0479	.0479
40	.0407	.0531	.0450	.0450	.0540	.0457	.0457	.0548	.0465	.0465	.0557	.0473	.0473
50	.0389	.0515	.0440	.0440	.0525	.0449	.0462	.0535	.0458	.0473	.0545	.0467	.0484
60	.0379	.0501	.0431	.0444	.0512	.0441	.0456	.0524	.0451	.0469	.0535	.0462	.0481
70	.0385	.0468	.0423	.0438	.0501	.0434	.0451	.0513	.0446	.0465	.0525	.0457	.0479
80	.0375	.0477	.0416	.0436	.0490	.0428	.0452	.0503	.0440	.0468	.0516	.0452	.0484
90	.0380	.0466	.0409	.0431	.0480	.0422	.0448	.0494	.0435	.0465	.0508	.0448	.0482
100	.0376	.0456	.0403	.0426	.0471	.0416	.0444	.0486	.0430	.0462	.0500	.0444	.0481
110	.0382	.0447	.0397	.0421	.0462	.0411	.0440	.0478	.0426	.0459	.0493	.0440	.0479
120	.0374	.0439	.0391	.0417	.0455	.0406	.0437	.0470	.0421	.0457	.0486	.0437	.0478
130	.0361	.0431	.0386	.0413	.0447	.0402	.0434	.0464	.0417	.0455	.0480	.0434	.0477
140	.0353	.0424	.0381	.0409	.0440	.0397	.0431	.0457	.0414	.0453	.0474	.0431	.0476
150	.0348	.0417	.0377	.0406	.0434	.0393	.0428	.0451	.0410	.0451	.0468	.0428	.0474

האחרון עולה על 10%, אזי ייתכן כי עלייה בשיעור האינפלציה תביא לתוספת מועדי עדכון שתפצה על שחיקת היתר הנובעת מאותה עלייה בקצב האינפלציה.

כך למשל, כאשר שיעור תוספת היוקר הינו 90% ונקוטה שיטה ב.1, אזי עלייה בקצב האינפלציה משיעור של 40% לרמה של 50% תביא לעלייה ב- $\beta$  למקבלי הט"ס ותופעה דומה קיימת לגביהם כאשר שיעור העדכון הוא של 70%, נקוטה שיטת העדכון ב.2, וקצב האינפלציה עולה מ-70 ל-80 אחוזים.

היפוך מסוג זה ניתן למצוא בתחומי אינפלציה מסויימים בכל שיטת עדכון ובכל שיעור תוספת יוקר פרט לשיטה א' ולגבי הקצבה הבסיסית ללא הט"ס.

לוח 11 מציג את סטיות התקן של ערכי  $\beta$  המופיעים בלוח 10 שהינם הממוצע של 40- $\beta$  ות המחושבות מתוך 40 סדרות שכר שונות. המגמה הבולטת בלוח היא ירידת סטיית התקן עם העלייה בקצב האינפלציה. תוצאה זו מקורה בשיטת החישוב של סדרות השכר, המתבססות על פונקציות שכר ריאליות. לפיכך השונות מקורה באי הסדירות בשכר הריאלי. שיעור האינפלציה קובע את השכר הנומינלי, וככל שהוא גבוה יותר, תקטן יחסית השפעת התנודות בשכר הריאלי על השכר הנומינלי, ולכן תרד השונות של סדרת השכר הנומינלי.

בשיעורי אינפלציה נמוכים הפער בין ה- $\beta$  ו- $\beta$  בשיטות העדכון השונות קטן יחסית, והשונות גבוהה יחסית. לפיכך, דירוג השיטות לפי הממוצעים יכול להיות שונה מזה שמתקיים בפועל וההסתברות לטעות עולה ככל ששיעור האינפלציה נמוך יותר. בשיעורי אינפלציה גבוהים הפערים בין ה- $\beta$  ו- $\beta$  גדולים יותר והשונות נמוכות יחסית. לפיכך ההסתברות לטעות בניבוי דירוג השיטות יורדת.

לוח 12 מציג את שיעור הקצבה הריאלית הממוצעת המחושב על סמך נתוני סדרת שכר ב'. עיון בלוח מגלה כי לגבי מקבלי הט"ס עדיפה שיטה ב' בדרך כלל פרט למצב בו שיעור תוספת היוקר הינו 70%, ולגבי הקצבה הבסיסית עדיפה בדרך כלל שיטה א'



טו 12 : שיעור הקצבה הרגולרית הממוצעת באמצעות שיטת ושיטת עבודה (סדרת שבר ב')

שיעור אינפלציה שנתי (במאות)	שיטה א'	ב															
		70% תוספת היתר 70%		50% תוספת היתר 50%		30% תוספת היתר 30%											
		קצבה עם בטויות	קצבה עם בטויות	קצבה עם בטויות	קצבה עם בטויות	קצבה עם בטויות	קצבה עם בטויות										
10	.9697	.9497	.9505	.9505	.9541	.9541	.9551	.9551	.9566	.9586	.9596	.9596	.9631	.9631	.9641	.9641	
20	.9427	.9149	.9149	.9251	.9251	.9231	.9231	.9335	.9335	.9313	.9419	.9419	.9419	.9395	.9395	.9504	.9504
30	.9213	.8845	.9067	.9025	.9025	.8958	.9215	.9143	.9143	.9071	.9364	.9260	.9260	.9194	.9513	.9379	.9379
40	.9054	.8576	.8909	.8823	.8823	.8715	.9102	.8969	.8969	.8855	.9297	.9117	.9117	.8994	.9493	.9266	.9266
50	.8926	.8336	.8833	.8640	.8849	.8498	.9078	.8812	.9055	.8660	.9326	.8987	.9265	.8822	.9577	.9162	.9478
60	.8828	.8120	.8683	.8474	.8711	.8302	.8960	.8669	.8947	.8483	.9242	.8867	.9186	.8665	.9528	.9067	.9430
70	.8726	.7925	.8546	.8321	.8585	.8123	.8853	.8538	.8847	.8322	.9165	.8757	.9113	.8520	.9482	.8978	.9385
80	.8636	.7747	.8560	.8181	.8564	.7960	.8921	.8416	.8866	.8174	.9289	.8654	.9174	.8387	.9666	.8896	.9490
90	.8560	.7583	.8455	.8052	.8463	.7810	.8842	.8304	.8788	.8037	.9239	.8559	.9121	.8264	.9645	.8819	.9462
100	.8481	.7433	.8358	.7931	.8370	.7672	.8770	.8199	.8716	.7910	.9192	.8470	.9072	.8149	.9625	.8747	.9437
110	.8406	.7294	.8268	.7819	.8292	.7543	.8702	.8101	.8649	.7793	.9148	.8387	.9026	.8042	.9607	.8679	.9413
120	.8344	.7165	.8184	.7715	.8201	.7424	.8639	.8009	.8586	.7683	.9107	.8309	.9082	.7941	.9539	.8614	.9390
130	.8292	.7045	.8105	.7616	.8124	.7312	.8580	.7923	.8526	.7580	.9068	.8235	.9041	.7847	.9572	.8554	.9368
140	.8238	.6933	.8032	.7524	.8051	.7208	.8524	.7841	.8470	.7483	.9032	.8165	.9002	.7758	.9556	.8496	.9347
150	.8187	.6827	.7962	.7436	.7983	.7110	.8471	.7764	.8416	.7392	.8997	.8099	.8864	.7674	.9541	.8441	.9327

לוח 30: סטיית התחזת של שיעור הקצבה הריאלית המתועתק באלטרנטיבות שונות של שיעורי אינפלציה שנתית ושיעור ערובת (סדרת שטר 7')

שיעור אינפלציה שנתית (באחוזים)	שיעור שטר	ס				ט											
		שיעור תוספת הירוקר 70%		שיעור תוספת הירוקר 80%		שיעור תוספת הירוקר 90%		שיעור תוספת הירוקר 100%									
		כל 6 חודשים	קצבה עם נטילת חט"ס	כל 6 חודשים	קצבה עם נטילת חט"ס	כל 6 חודשים	קצבה עם נטילת חט"ס	כל 6 חודשים	קצבה עם נטילת חט"ס								
10	.0887	.0833	.0833	.0717	.0717	.0837	.0837	.0720	.0720	.0841	.0841	.0723	.0723	.0845	.0845	.0727	.0727
20	.0736	.0801	.0801	.0697	.0697	.0808	.0808	.0703	.0703	.0815	.0815	.0709	.0709	.0822	.0822	.0716	.0716
30	.0681	.0773	.0796	.0679	.0679	.0782	.0809	.0688	.0688	.0792	.0823	.0697	.0697	.0802	.0837	.0706	.0706
40	.0637	.0747	.0780	.0663	.0663	.0760	.0798	.0674	.0674	.0772	.0815	.0685	.0685	.0784	.0833	.0697	.0697
50	.0603	.0725	.0773	.0649	.0666	.0739	.0795	.0662	.0682	.0753	.0817	.0675	.0698	.0767	.0840	.0688	.0714
60	.0584	.0705	.0759	.0636	.0655	.0721	.0784	.0651	.0673	.0737	.0810	.0665	.0691	.0752	.0835	.0680	.0710
70	.0580	.0687	.0747	.0624	.0645	.0704	.0774	.0640	.0665	.0721	.0802	.0657	.0686	.0739	.0831	.0673	.0706
80	.0569	.0671	.0747	.0613	.0643	.0689	.0780	.0631	.0666	.0707	.0813	.0646	.0690	.0726	.0847	.0667	.0714
90	.0560	.0655	.0738	.0603	.0636	.0675	.0773	.0622	.0660	.0695	.0808	.0641	.0686	.0714	.0845	.0660	.0712
100	.0546	.0642	.0729	.0594	.0628	.0662	.0766	.0614	.0655	.0683	.0804	.0634	.0682	.0703	.0843	.0655	.0709
110	.0538	.0629	.0721	.0585	.0622	.0650	.0760	.0606	.0649	.0672	.0800	.0627	.0678	.0693	.0841	.0649	.0707
120	.0523	.0617	.0713	.0577	.0615	.0639	.0754	.0599	.0644	.0661	.0796	.0621	.0675	.0684	.0839	.0644	.0705
130	.0515	.0606	.0706	.0569	.0609	.0629	.0748	.0592	.0640	.0652	.0792	.0615	.0671	.0675	.0838	.0639	.0704
140	.0509	.0595	.0699	.0562	.0604	.0619	.0743	.0585	.0635	.0643	.0789	.0610	.0668	.0666	.0836	.0634	.0702
150	.0495	.0586	.0692	.0555	.0598	.0610	.0738	.0579	.0631	.0634	.0785	.0604	.0665	.0658	.0834	.0630	.0700



פרט למצב של הצמדה ב-100% ועדכונים בכל שלושה חודשים. הערכים של  $\beta$  המנוססים על סדרת שכר ב' הינם גבוהים יותר, אולם גבוהה יותר גם השונות לכל  $\beta$ . תוצאה זו מקורה בכך שהחל מ-1973 חלה ירידה בקצב הגידול בשכר הריאלי. קידום השכר לצורך חישוב השכר הקובע מבוסס על עליית המחירים. לכן ככל שהיה קצב הגידול בשכר הריאלי גבוה יותר, יהיו ה- $\beta$ -ות נמוכות יותר, שכן הפער בין השכר למעשה והשכר לפי חוק יהיה גדול יותר.

מצד שני, החל ב-1973 חלה עלייה דרמטית בשיעורי האינפלציה ובשיעורים בשיעורי האינפלציה מעת לעת. כתוצאה מכך גדלה גם השונות של סדרות השכר הריאלי שכן התאמת השכר אינה נעשית באופן שוטף. עלייה זו בשיעורים ניתן לראות ע"י השוואת הערכים המתאימים בלוחות 11 ו-13.

קיים אפוא פרדוקס מעניין. מצד אחד מביאה האינפלציה להגדלת השחיקה בקצבאות, אולם באם העלייה בקצב האינפלציה כרוכה בירידה בקצב העלייה בשכר הריאלי, אזי תהיה לכך השפעה ממתנת מבחינת השחיקה בקצבאות.

לפיכך, יש אולי עניין בהשוואת ה- $\beta$ -ות מלוח 10 לכל שיטה אם אלה המתאימות להן בלוח 12, אולם בשיעור אינפלציה גבוה יותר. כך למשל, לפי שיטה א' עלולה עלייה באינפלציה מ-40 ל-50 אחוזים להשאיר את שיעור הקצבה הריאלית כמעט ללא שינוי באם עלייה זו תהיה מלווה בירידה בקצב הגידול בשכר הריאלי בכ-2-1 אחוזים לשנה. אולם יש לזכור כי שכר ריאלי גבוה יותר פירושו קצבה גבוהה יותר, ולכן, גם אם ירידה בקצב האינפלציה תשאיר את שיעור הקצבה הריאלית חמוצע ללא שינוי, אזי במונחים אבסולוטיים תהיה הקצבה גבוהה יותר ותוכל לחבטיח למקבליה רמת חיים גבוהה יותר.

לסיכום ניתן אפוא לומר כי שיטה ב' עדיפה על א' בשיעורי אינפלציה נמוכים, ותחום העדיפות מתרחב ככל שעולה שיעור תוספת היוקר מהעלייה במדד.

נ ס פ ח י ס

1. הנחנו כי מתקיים  $\hat{P}(Z) > P(t_1) - P(Z) > 1$

לכן, אם נחליף את  $P(Z)$  ב-1 ואת  $\hat{P}(Z)$  ב- $P(t_1)$  בנוסחה (8) נקבל:

$$\alpha(t_1) > \frac{\int_0^{t_{1,2}} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ - \int_0^{t_1} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ}{\int_{t_1}^{t_{1,2}} \frac{P(t_1)}{\hat{P}(Z)} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ} >$$

$$> \frac{\int_{t_1}^{t_{1,2}} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ}{\int_{t_1}^{t_{1,2}} e^{r(t_{1,2}-Z)} dZ} = 1$$

2. מנוסחה (12) בפרק ב' נקבל ע"י העברת אגפים ופתרון האינטגרל באגף שמאל

שצריך להתקיים:

$$(31) \quad \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \beta e^{r(T-Z)} dZ = \beta \left[ \frac{1}{r} (e^r - 1) \right] = \alpha \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{T+\pi t_i} \cdot e^{-Z(r+\pi)} dZ$$

נגדיר את המרחק בין שתי נקודות עדכון לחיות  $a$ :

אזי קיים  $T = an$  ו-  $t_i = ia$  לכן מ-(31) נובע:

$$(32) \quad \beta \frac{1}{r} (e^{rT} - 1) = \frac{\alpha}{r+\pi} \sum_{i=0}^{n-1} e^{rT+\pi t_i} (e^{-(r+\pi)t_i} - e^{-(r+\pi)t_{i+1}}) =$$

$$= \frac{\alpha}{r+\pi} \sum_{i=0}^n (e^{ar(n-i)} - e^{ar(n-i-1)} e^{-a\pi}) = \frac{\alpha}{r+\pi} (1 - e^{-a(r+\pi)}) \sum_{i=0}^{n-1} e^{ar(n-i)}$$

נגדיר  $e^{ar} = b$

$$\sum_{i=0}^{n-1} b^{n-i} = \sum_{i=1}^n b^i = \frac{b^n - 1}{1 - \frac{1}{b}} \quad \text{קיים:}$$

לכז:

$$(33) \quad \beta \frac{1}{r} (e^{rT} - 1) = \frac{\alpha}{r+\pi} (1 - e^{-a(r+\pi)}) \left( \frac{e^{rT} - 1}{1 - e^{-ar}} \right)$$

לפיכך:

$$(34) \quad \alpha = \beta \frac{r+\pi}{r} \frac{1 - e^{-ar}}{1 - e^{-a(r+\pi)}}$$

$$(35) \quad \beta = \alpha \frac{r}{r+\pi} \frac{1 - e^{-a(r+\pi)}}{1 - e^{-ar}}$$

:ר

שחן נוסחאות (13) ו-(14) בפרק ג'. מן הראוי לציין כי ניתן לקבל נוסחאות (34) ו-(35) ע"י פתרון נוסחה (31) לתקופה בודדת מאחר ונתון כי  $\pi$  ו- $a$  קבועים.

3. (i) מנוסחה (13) ניתן לגזור את השינוי הדרוש ב- $\alpha$  כאשר עולה שיעור האינפלציה

או משנים את המרחק בין זמני ההתאמה. אם ניקח לוגריתמים בשני האגפים ונגזור

ביחס ל- $\pi$  נקבל:

$$(36) \quad \frac{\partial \alpha}{\partial \pi} \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{r+\pi} - a \frac{e^{-a(r+\pi)}}{1 - e^{-a(r+\pi)}}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \pi} \approx 0$$

לפיכך:

$$(37) \quad \frac{1 - e^{-a(r+\pi)}}{e^{-a(r+\pi)}} = e^{a(r+\pi)} - 1 \geq a(r+\pi) \quad \text{אס"ס}$$

$$a(r+\pi) = y \quad \text{נציב}$$

מנוסחת טור טיילור ל- $e^y$  קינים:

$$(38) \quad e^y = 1 + y + \frac{1}{2!} y^2 + \dots + \frac{1}{(n-1)!} y^{n-1} + R_n$$

כאשר

$$R_n = \frac{1}{n!} y^n e^\xi$$

$$0 < \xi < y \quad -\gamma$$

לכן מתקיים

$$e^y > 1 + y \quad y > 0 \quad \text{לכל}$$

וע"י הצבה של  $a(r+\pi) = y$  נקבל:

$$(39) \quad e^{a(r+\pi)} - 1 > a(r+\pi)$$

$$\pi \geq 0 \quad \text{לכל}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \pi} > 0 \quad \text{כלומר}$$

$$(40) \quad \frac{\partial \alpha}{\partial a} \frac{1}{\alpha} = \frac{r e^{-ar}}{1 - e^{-a\pi}} - (r+\pi) \frac{e^{-a(r+\pi)}}{1 - e^{-a(r+\pi)}} \quad (ii)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial a} \geq 0$$

לכך:

$$(41) \quad \frac{1}{r+\Pi} \frac{1 - e^{-a(r+\Pi)}}{e^{-a(r+\Pi)}} - \frac{1 - e^{-ar}}{e^{-ar}} \frac{1}{r} \geq 0$$

אס"ס

$$ar = x-1 \quad a\Pi = y \quad \text{נגדיר}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial a} > 0$$

אזי

$$(42) \quad \frac{e^{x+y} - 1}{x+y} - \frac{e^x - 1}{x} > 0$$

אס"ס

אי-שוויון זה זהה לאי-השוויון הבא:

$$(43) \quad \int_0^1 e^{(x+y)(1-z)} dz - \int_0^1 e^{x(1-z)} dz = \int_0^1 \left\{ e^{x(1-z)} \left( e^{y(1-z)} - 1 \right) \right\} dz > 0$$

$$y > 0 \quad \text{לכל}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial a} > 0 \quad \text{לכך}$$

$$\Pi > 0 \quad \text{לכל}$$

4. נניח שיעור אינפלציה משתנה.

יהי  $x_1$  היחס בין שני המדדים הממוצעים לפיהם ניתנת תוספת יוקר לאחר שלושה חודשים ו- $x_2$  היחס בין המדדים הממוצעים לפיהם ניתנת תוספת יוקר בשיטה ב.1 לאחר ששה חודשים, ו- $\mu$  שיעור תוספת היוקר.

$$K_{n1} = \bar{W} [1 + (x_1 - 1)\mu] [1 + (x_2 - 1)\mu] \quad \text{אזי:}$$

$$K_{n2} = \bar{W} [1 + (x_1 x_2 - 1)\mu]$$

$$K_{n2} > K_{n1} \quad \text{לכך:}$$

$$[1 + (x_1 - 1)\mu] [1 + (x_2 - 1)\mu] < 1 + (x_1 x_2)\mu - \mu \quad \text{אם"ס}$$

$$(x_1 - 1)\mu + (x_1 - 1)(x_2 - 1)\mu^2 + (x_2 - 1)\mu < (x_1 x_2)\mu - \mu$$

$$x_1 \mu - \mu + x_1 x_2 \mu^2 - x_1 \mu^2 - x_2 \mu^2 + \mu^2 + x_2 \mu - \mu < x_1 x_2 \mu - \mu$$

$$x_1 x_2 \mu(1 - \mu) - x_1 \mu(1 - \mu) - x_2 \mu(1 - \mu) + \mu(1 - \mu) > 0$$

כאשר  $\mu = 1$  אזי

$$K_{n2} = K_{n1}$$

כאשר  $0 < \mu < 1$

$$K_{n2} > K_{n1}$$

$$x_1 x_2 - x_1 - x_2 + 1 > 0 \quad \text{אם"ס}$$



$$x_1(x_2-1) - (x_2-1) > 0$$

אס"ם

$$(x_2-1)(x_1-1) > 0$$

בהנחות שלנו על אינפלציה

אי שוויון זה יתקיים תמיד אלא אם כן שיעור האינפלציה באחת ממת-חתקופות הינו

אפס.

**נספח ב' : הערך הריאלי ושיעור העדכון של הקצבאות בשיעורי אינפלציה שונים**

**בנספח זה מובאות תוצאות מפורטות של הערך הריאלי של הקצבה לאורך זמן**

**ושיעור הפיצוי הנדרש עבור קצבה ריאלית נתונה בשיעורי אינפלציה שונים.**

לוח ב.1 הערך הריאלי של הקצבאות ( $\beta$ ) כאשר העדכון נעשה לפי מלוא העלדיה במודל המחירים ( $\alpha=1$ )  
 בשיעורים שונים של אינפלציה שנתית ומועדי עדכון

$\pi$	$\alpha$	1/12	2/12	3/12	4/12	5/12	6/12	7/12	8/12	9/12	10/12	11/12	12/12
0.05	.998	.996	.994	.992	.990	.988	.986	.984	.982	.980	.978	.976	
0.10	.996	.992	.988	.984	.980	.976	.972	.968	.964	.960	.956	.952	
0.15	.994	.988	.982	.975	.969	.964	.958	.952	.946	.940	.935	.929	
0.20	.992	.984	.975	.967	.960	.952	.944	.937	.929	.922	.914	.907	
0.25	.990	.979	.969	.960	.950	.940	.931	.922	.912	.903	.894	.886	
0.30	.988	.975	.963	.952	.940	.929	.918	.907	.896	.886	.875	.865	
0.35	.986	.971	.958	.944	.931	.918	.905	.892	.880	.868	.856	.845	
0.40	.984	.967	.952	.936	.921	.907	.892	.878	.865	.851	.838	.826	
0.45	.981	.963	.946	.929	.912	.896	.880	.865	.850	.835	.821	.807	
0.50	.979	.960	.940	.921	.903	.885	.868	.851	.835	.819	.804	.789	
0.55	.977	.956	.934	.914	.894	.875	.856	.838	.820	.803	.787	.771	
0.60	.975	.952	.929	.907	.885	.864	.844	.825	.806	.788	.771	.754	
0.65	.973	.948	.923	.899	.876	.854	.833	.812	.793	.774	.755	.737	
0.70	.971	.944	.918	.892	.868	.844	.822	.800	.779	.759	.740	.721	
0.75	.969	.940	.912	.885	.859	.835	.811	.788	.766	.745	.725	.706	
0.80	.967	.936	.907	.878	.851	.825	.800	.776	.753	.732	.711	.691	
0.85	.965	.932	.901	.871	.843	.815	.789	.765	.741	.718	.697	.676	
0.90	.963	.929	.896	.864	.834	.806	.779	.753	.729	.705	.683	.662	
0.95	.961	.925	.890	.858	.826	.797	.769	.742	.717	.693	.670	.648	
1.00	.959	.921	.885	.851	.818	.788	.759	.731	.705	.680	.657	.635	
1.05	.958	.917	.880	.844	.811	.779	.749	.721	.694	.668	.644	.622	
1.10	.956	.914	.875	.838	.803	.770	.739	.710	.683	.657	.632	.609	
1.15	.954	.910	.869	.831	.795	.761	.730	.700	.672	.645	.620	.597	
1.20	.952	.906	.864	.825	.788	.753	.720	.690	.661	.634	.609	.585	
1.25	.950	.903	.859	.818	.780	.745	.711	.680	.651	.623	.598	.574	
1.30	.948	.899	.854	.812	.773	.736	.702	.670	.641	.613	.587	.563	
1.35	.946	.896	.849	.806	.766	.728	.693	.661	.631	.603	.576	.552	
1.40	.944	.892	.844	.800	.758	.720	.685	.652	.621	.593	.566	.541	
1.45	.942	.888	.839	.794	.751	.712	.676	.643	.612	.583	.556	.531	
1.50	.940	.885	.834	.787	.744	.705	.668	.634	.602	.573	.546	.521	
1.55	.938	.881	.829	.782	.738	.697	.660	.625	.593	.564	.537	.511	
1.60	.936	.878	.825	.776	.731	.689	.652	.617	.584	.555	.527	.502	
1.65	.934	.874	.820	.770	.724	.682	.644	.608	.576	.546	.518	.493	
1.70	.932	.871	.815	.764	.717	.675	.636	.600	.567	.537	.510	.484	
1.75	.931	.868	.810	.758	.711	.668	.628	.592	.559	.529	.501	.475	
1.80	.929	.864	.806	.753	.704	.661	.621	.584	.551	.521	.493	.467	
1.85	.927	.861	.801	.747	.698	.654	.613	.577	.543	.512	.484	.459	
1.90	.925	.857	.796	.741	.692	.647	.606	.569	.535	.505	.477	.451	
1.95	.923	.854	.792	.736	.686	.640	.599	.562	.528	.497	.469	.443	
2.00	.921	.851	.787	.731	.679	.633	.592	.554	.520	.489	.461	.436	

לוח ב.2: שיעור העדכון (ii) כפונקציה של הערך הריאלי (B) בשיעורי אינפלציה (ii) ומועדי עדכון (ii) שונים

ii	0.75			0.80			0.85		
	2 חודשים	3 חודשים	6 חודשים	2 חודשים	3 חודשים	6 חודשים	2 חודשים	3 חודשים	6 חודשים
0.05	.753	.755	.759	.803	.805	.810	.854	.855	.861
0.10	.756	.759	.769	.807	.810	.820	.857	.861	.871
0.15	.759	.764	.778	.810	.815	.830	.861	.866	.882
0.20	.763	.769	.788	.813	.820	.840	.864	.871	.893
0.25	.766	.774	.798	.817	.825	.851	.868	.877	.904
0.30	.769	.778	.807	.820	.830	.861	.871	.882	.915
0.35	.772	.783	.817	.824	.835	.872	.875	.888	.926
0.40	.775	.788	.827	.827	.841	.882	.879	.893	.937
0.45	.778	.793	.837	.830	.846	.893	.882	.899	.949
0.50	.782	.798	.847	.834	.851	.904	.886	.904	.960
0.55	.785	.803	.857	.837	.856	.915	.889	.910	.972
0.60	.788	.808	.868	.841	.861	.925	.893	.915	.983
0.65	.791	.812	.878	.844	.867	.936	.897	.921	.995
0.70	.795	.817	.888	.848	.872	.947	.900	.926	1.007
0.75	.798	.822	.899	.851	.877	.959	.904	.932	1.019
0.80	.801	.827	.909	.882	.882	.970	.908	.938	1.030
0.85	.804	.832	.920	.858	.888	.981	.912	.943	1.042
0.90	.808	.837	.930	.861	.893	.993	.915	.949	1.055
0.95	.811	.842	.941	.865	.899	1.004	.919	.955	1.067
1.00	.814	.847	.952	.868	.904	1.016	.923	.960	1.079
1.05	.817	.853	.963	.872	.909	1.027	.926	.966	1.091
1.10	.821	.858	.974	.875	.915	1.039	.930	.972	1.104
1.15	.824	.863	.985	.879	.920	1.051	.934	.978	1.116
1.20	.827	.868	.996	.883	.926	1.063	.938	.984	1.129
1.25	.831	.873	1.007	.886	.931	1.074	.941	.989	1.142
1.30	.834	.878	1.019	.890	.937	1.087	.945	.995	1.154
1.35	.837	.883	1.030	.893	.942	1.099	.949	1.001	1.167
1.40	.841	.889	1.041	.897	.948	1.111	.953	1.007	1.180
1.45	.844	.894	1.053	.900	.953	1.123	.957	1.013	1.193
1.50	.848	.899	1.064	.904	.959	1.135	.961	1.019	1.206
1.55	.851	.904	1.076	.908	.965	1.148	.964	1.025	1.220
1.60	.854	.910	1.088	.911	.970	1.160	.968	1.031	1.233
1.65	.858	.915	1.100	.915	.976	1.173	.972	1.037	1.246
1.70	.861	.920	1.111	.918	.982	1.186	.976	1.043	1.260
1.75	.865	.926	1.123	.922	.987	1.198	.980	1.049	1.273
1.80	.868	.931	1.135	.926	.993	1.211	.984	1.055	1.287
1.85	.871	.936	1.147	.929	.999	1.224	.988	1.061	1.300
1.90	.875	.942	1.160	.933	1.004	1.237	.991	1.067	1.314
1.95	.878	.947	1.172	.937	1.010	1.250	.995	1.073	1.328
2.00	.882	.953	1.184	.941	1.016	1.263	.999	1.080	1.342

Π	β	0,90			0,95			1,00		
		2 חודשים	3 חודשים	6 חודשים	2 חודשים	3 חודשים	6 חודשים	2 חודשים	3 חודשים	6 חודשים
0.05		.904	.906	.911	.954	.956	.962	1.004	1.006	1.013
0.10		.908	.911	.923	.958	.962	.974	1.008	1.013	1.025
0.15		.911	.917	.934	.962	.968	.986	1.013	1.019	1.038
0.20		.915	.923	.946	.966	.974	.998	1.017	1.025	1.051
0.25		.919	.928	.957	.970	.980	1.010	1.021	1.032	1.064
0.30		.923	.934	.969	.974	.986	1.023	1.025	1.038	1.077
0.35		.926	.940	.981	.978	.992	1.035	1.029	1.044	1.090
0.40		.930	.946	.993	.982	.998	1.048	1.034	1.051	1.103
0.45		.934	.951	1.005	.986	1.004	1.060	1.038	1.057	1.117
0.50		.938	.957	1.017	.990	1.010	1.073	1.042	1.064	1.130
0.55		.942	.963	1.029	.994	1.017	1.086	1.047	1.070	1.144
0.60		.946	.969	1.041	.998	1.023	1.099	1.051	1.077	1.157
0.65		.950	.975	1.053	1.002	1.029	1.112	1.055	1.083	1.171
0.70		.953	.981	1.066	1.006	1.035	1.125	1.059	1.090	1.185
0.75		.957	.987	1.078	1.011	1.042	1.138	1.064	1.097	1.199
0.80		.961	.993	1.091	1.015	1.048	1.152	1.068	1.103	1.213
0.85		.965	.999	1.104	1.019	1.054	1.165	1.072	1.110	1.227
0.90		.969	1.005	1.117	1.023	1.061	1.179	1.077	1.117	1.242
0.95		.973	1.011	1.129	1.027	1.067	1.192	1.081	1.123	1.256
1.00		.977	1.017	1.142	1.031	1.073	1.206	1.086	1.130	1.270
1.05		.981	1.023	1.156	1.035	1.080	1.220	1.090	1.137	1.285
1.10		.985	1.029	1.169	1.040	1.086	1.234	1.094	1.144	1.300
1.15		.989	1.035	1.182	1.044	1.093	1.248	1.099	1.151	1.315
1.20		.993	1.041	1.195	1.048	1.099	1.262	1.103	1.157	1.329
1.25		.997	1.048	1.209	1.052	1.106	1.276	1.108	1.164	1.344
1.30		1.001	1.054	1.222	1.056	1.112	1.290	1.112	1.171	1.360
1.35		1.005	1.060	1.236	1.061	1.119	1.305	1.117	1.178	1.375
1.40		1.009	1.066	1.250	1.065	1.126	1.319	1.121	1.185	1.390
1.45		1.013	1.073	1.263	1.069	1.132	1.334	1.126	1.192	1.406
1.50		1.017	1.079	1.277	1.074	1.139	1.348	1.130	1.199	1.421
1.55		1.021	1.085	1.291	1.078	1.145	1.363	1.135	1.206	1.437
1.60		1.025	1.092	1.305	1.082	1.152	1.378	1.139	1.213	1.452
1.65		1.029	1.098	1.319	1.086	1.159	1.393	1.144	1.220	1.468
1.70		1.033	1.104	1.334	1.091	1.166	1.408	1.148	1.227	1.484
1.75		1.037	1.111	1.348	1.095	1.172	1.423	1.153	1.235	1.500
1.80		1.042	1.117	1.362	1.099	1.179	1.438	1.157	1.242	1.516
1.85		1.046	1.124	1.377	1.104	1.186	1.453	1.162	1.249	1.532
1.90		1.050	1.130	1.391	1.108	1.193	1.469	1.167	1.256	1.548
1.95		1.054	1.137	1.406	1.112	1.200	1.484	1.171	1.263	1.565
1.00		1.058	1.143	1.421	1.117	1.207	1.500	1.176	1.271	1.581

לשם בניית סדרות של שכר ממוצע למשרת שכיר בפרק ה', היה צורך לאמוד מודל המתאר את התפתחות השכר הממוצע למשרת שכיר לאורך זמן. לשם כך הנחנו מודל אשר מסביר את שיעור השינוי בשכר החודשי הריאלי למשרת שכיר כפונקציה של החודש בלבד.<sup>1</sup> האמידה נעשתה על סמך תצפיות חודשיות על השכר הריאלי בתקופה 1962-1979. את תקופה זו חילקנו לשני חלקים: משנת 1962 ועד שנת 1972, ומ-1973 עד 1979. חלוקה זו מתחייבת מאחר ושיעורי השינוי בשכר הממוצע הריאלי למשרת שכיר מתנהגים אחרת בתקופות אלה. כנראה הדבר נובע מהשוני בשיעורי האינפלציה בין 2 התקופות. יש לזכור שבכל שנות ה-60 האינפלציה היתה נמוכה מ-10% לשנה, ואילו משנת 1973 שיעורי האינפלציה השנתיים התחילו לעלות בקצב גדל וחולך והגיעו לרמה של למעלה מ-100% בשנת 1979. תופעה זו משפיעה על קצבה השינוי בשכר הממוצע.

חמטוואה שנאמדה הינה:

$$(45) \quad \dot{w}_{it} = \alpha_{ik} + \epsilon_{it}$$

כאשר:

- $\dot{w}_{it}$  - שיעור השינוי בשכר הממוצע הריאלי למשרת שכיר בחודש  $i$  ובשנה  $t$ .
- $\alpha_{ik}$  - מקדם החודש  $i$  בתקופה  $k$ .
- $\epsilon_{it}$  - השארית בחודש  $i$  בשנה  $t$ .
- $i$  - חודשים - מינואר עד דצמבר.
- $t$  - שנים מ-1962 עד 1979.
- $k$  - תקופות - ראשונה מ-1962 עד 1972, שנייה מ-1973 עד 1979.

(1) לא רצינו להכניס למודל משתנים נוספים אשר היו יכולים להוסיף חסבר לשכר הממוצע שכן לצורך הניבוי של פרק ה' הדבר היה מצריך הנחות נוספות לגבי משתנים אלה בעתיד.

למעשה אמדנו שתי משוואות מסוג זה: אחת לשנים 62-72 אשר מתאימה לשיעורי שינוי בשכר הממוצע כאשר שיעורי האינפלציה נמוכים, ואחרת לשנים 73-79 המתאימה לשיעורי אינפלציה גבוהים.

לאחר בדיקה התברר שהנחת הרגרסיה על שוויון שונות איננה מתקימת במודל הזה, כלומר יש הטרוסקדסטיות. על כן היה צורך לאמוד את השונות<sup>1</sup>. הנחנו שהשונות בשונות הינו רק בין החודשים השונים בשתי התקופות. כלומר קיימות 24 שונות שונות במודל, אחת לכל חודש (בשתי התקופות). על סמך הנחה זו אמדנו את השונות של הסטיות, כלומר חנחה היא ש:

$$(46) \quad \varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_{ik}^2)$$

מהתוצאות ניתן ללמוד שההבדלים העיקריים בין שתי התקופות הינם בהתפלגות חשארית ולא במקדמי הרגרסיה.

לוח 1.ג מציג את תוצאות הרגרסיה.

(1) במקרה זה לא היה צורך לאמוד את המקדמים, כי האומדנים של שיטת הריבועים הפחותים המוכללת (זו הלוקחת בחשבון את השוני בשונות) זהים לאומדני הריבועים הפחותים הרגילים.

לוח ג.1: מקדמי הרגרסיה\*

תקופה חודש	1962 - 1972		1973 - 1979	
	$\alpha_{i1}$ - קבוע	$\sigma_{i1}$ - סטיית התקן	$\alpha_{i2}$ - קבוע	$\sigma_{i2}$ - סטיית התקן
ינואר	-.0023 (.0049)	.0155	.0154 (.0122)	.0322
פברואר	.0076 (.0077)	.0254	.0076 (.0120)	.0318
מרץ	.0602 (.0118)	.0392	.0602 (.0151)	.0399
אפריל	-.0434 (.0114)	.0378	-.0608 (.0114)	.0301
מאי	-.0007 (.0062)	.0207	.0177 (.0113)	.0298
יוני	.0146 (.0058)	.0194	.0677 (.0172)	.0454
יולי	.0099 (.0062)	.0204	-.0106 (.0247)	.0653
אוגוסט	.0243 (.0059)	.0196	-.0168 (.0197)	.0522
ספטמבר	-.0001 (.0044)	.0145	-.0168 (.0062)	.0163
אוקטובר	-.0227 (.0052)	.0173	-.0036 (.0183)	.0485
נובמבר	-.0039 (.0048)	.0158	-.0470 (.0169)	.0448
דצמבר	.0010 (.0047)	.0155	.0277 (.0153)	.0375

\* בסוגריים - סטיות התקן של המקדמים.



